V Trigonalisation

Définition

Soit f un endomorphisme d'un $\mathbb{K}$-espace vectoriel E de dimension finie $n \geq 1$.

On dit que f est *trigonalisable* s'il existe une base (e) de E dans laquelle la matrice T de f est triangulaire supérieure.

Définition

Une matrice M de $\mathcal{M}_n(\mathbb{K})$ est dite trigonalisable si elle est semblable à une matrice triangulaire supérieure T, c'est-à-dire s'il existe une matrice inversible P telle que $T = P^{-1}MP$.

Remarque

Dire que M est trigonalisable, c'est dire que tout endomorphisme f d'un $\mathbb{K}$-espace vectoriel E de dimension n ayant pour matrice M dans une certaine base est lui-même trigonalisable.

Proposition *(CNS de trigonalisabilité)*

Une matrice M de $\mathcal{M}_n(\mathbb{K})$ (ou un endomorphisme f d'un $\mathbb{K}$-espace vectoriel de dimension n) est trigonalisable $\Leftrightarrow$ son polynôme caractéristique est scindé dans $\mathbb{K}$.

En particulier toute matrice de $\mathcal{M}_n(\mathbb{C})$, ou encore tout endomorphisme f d'un $\mathbb{C}$-espace vectoriel de dimension finie $n \geq 1$, est trigonalisable.

Proposition *(une conséquence de la trigonalisabilité)*

Soit M dans $\mathcal{M}_n(\mathbb{K})$, trigonalisable.

Soient $\lambda_1, \lambda_2, \ldots, \lambda_n$ ses valeurs propres, non nécessairement distinctes.

Alors les valeurs propres de M^p, pour tout p de $\mathbb{N}$, sont $\lambda_1^p, \lambda_2^p, \cdots, \lambda_n^p$.

Cet énoncé se généralise aux entiers relatifs p si M est inversible.

©EduKlub S.A.
Tous droits de l'auteur des œuvres réservés. Sauf autorisation, la reproduction ainsi que toute utilisation des œuvres autre que la consultation individuelle et privée sont interdites.

Fichier généré pour Visiteur (), le 31/05/2021