-EXERCICE 27.1-

• ENONCE :

« Champ créé par une spire circulaire »

Calculer le champ magnétique sur l'axe d'une spire circulaire de rayon R, parcourue par un courant permanent I.

Christian MAIRE
© EduKlub S.A.
Tous droits de l'auteur des œuvres réservés. Sauf autorisation, la reproduction ainsi que toute utilisation des œuvres autre que la consultation individuelle et privée sont interdites.

Fichier généré pour Visiteur (), le 31/05/2021

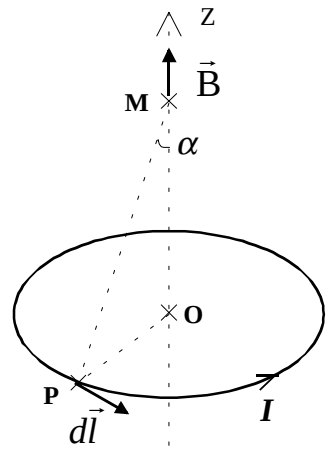
• CORRIGE :

« Champ créé par une spire circulaire »

♦ Soit Oz l'axe de la spire ; tout plan (P) contenant Oz est plan d'antisymétrie du courant (un observateur « à cheval » sur le plan voit l'opposé du symétrique du courant de part et d'autre de (P)) : $\vec{B}$ appartient à l'intersection de ces plans (caractère pseudo-vectoriel de $\vec{B}$), donc $\vec{B}$ est **porté par Oz** (pour un point M de l'axe)

Rq : en dehors de l'axe, nous ne connaissons pas précisément le sens du vecteur $\vec{B}$, ce qui nous empêche de trouver un « contour d'Ampère » sur lequel le produit scalaire $\vec{B}\cdot d\vec{l}$ serait simple à calculer ; nous allons donc appliquer la relation de Biot et Savart.

♦ Considérons le schéma ci-dessous :



On notera r la distance PM

La spire est de rayon R

α **est un angle non orienté**

$\vec{B}=\oint_{spire}\frac{\mu_0 I}{4\pi}d\vec{l}\wedge\frac{\overrightarrow{PM}}{r^3}$;or : $\oint_{spire}d\vec{l}\wedge\frac{\overrightarrow{PM}}{r^3}=\oint_{spire}\frac{d\vec{l}}{r^3}\wedge(\overrightarrow{PO}+\overrightarrow{OM})=\oint_{spire}\frac{d\vec{l}}{r^3}\wedge\overrightarrow{PO}+\oint_{spire}\frac{d\vec{l}}{r^3}\wedge\overrightarrow{OM}$

$\oint_{spire}d\vec{l}\wedge\frac{\overrightarrow{PM}}{r^3}=\oint_{spire}\frac{d\vec{l}}{r^3}\wedge(\overrightarrow{PO}+\overrightarrow{OM})=\oint_{spire}\frac{d\vec{l}}{r^3}\wedge\overrightarrow{PO}+\oint_{spire}\frac{d\vec{l}}{r^3}\wedge\overrightarrow{OM}$

$\overrightarrow{OM}$ et r ne dépendent pas du point courant P $\Rightarrow \oint_{spire}\frac{d\vec{l}}{r^3}\wedge\overrightarrow{OM}=[\oint_{spire}d\vec{l}\,]\wedge\frac{\overrightarrow{OM}}{r^3}$ et: $\oint_{spire}d\vec{l}=\vec{0}$

(ne pas confondre $\oint_{spire}d\vec{l}=\vec{0}$ avec : $\oint_{spire}dl=2\pi R$ ...)

Par ailleurs : $\oint_{spire}\frac{d\vec{l}}{r^3}\wedge\overrightarrow{PO}=\oint_{spire}\frac{Rdl}{r^3}\vec{e}_\theta\wedge(-\vec{e}_r)=\oint_{spire}\frac{Rdl}{r^3}\vec{e}_z=\frac{2\pi R^2}{r^3}$; il vient alors :

$$\vec{B}(M)=\frac{\mu_0 IR^2}{2r^3}\vec{e}_z=\frac{\mu_0 IR^3}{2Rr^3}\vec{e}_z=\frac{\mu_0 I}{2R}\sin^3\alpha\vec{e}_z$$

Rq : cette « formule » est très importante, car beaucoup de systèmes peuvent être considérés comme une superposition de spires circulaires (solénoïdes, sphère chargée en rotation etc...)

Tous droits de l'auteur des œuvres réservés. Sauf autorisation, la reproduction ainsi que toute utilisation des œuvres autre que la consultation individuelle et privée sont interdites.

Fichier généré pour Visiteur (), le 31/05/2021