

Énoncés des exercices

EXERCICE 1 [[Indication](#)] [[Correction](#)]

$$\text{Résoudre le système (S)} \begin{cases} x + 3y + 2z = 0 \\ 2x - y + 3z = 0 \\ 3x - 5y + 4z = 0 \\ x + 17y + 4z = 0 \end{cases}$$

EXERCICE 2 [[Indication](#)] [[Correction](#)]

$$\text{Résoudre le système (S)} \begin{cases} 2x + y - z + t = 1 \\ 3x - 2y + 2z - 3t = 2 \\ 5x + y - z + 2t = -1 \\ 2x - y + z - 3t = 4 \end{cases}$$

EXERCICE 3 [[Indication](#)] [[Correction](#)]

$$\text{Résoudre le système (S)} \begin{cases} x + y + z + t + u = 7 \\ 3x + 2y + z + t - 3u = -2 \\ y + 2z + 2t + 6u = 23 \\ 5x + 4y + 3z + 3t - u = 12 \end{cases}$$

EXERCICE 4 [[Indication](#)] [[Correction](#)]

$$\text{Résoudre le système (S)} \begin{cases} x + 3y - 2z + 5t - 7u = 3 \\ x + 2y - 9z + 4t - 6u = -1 \\ 2x - y + 7z - 3t + 5u = 2 \\ x - y - 2t + 3u = 2 \end{cases}$$

EXERCICE 5 [[Indication](#)] [[Correction](#)]

$$\text{Résoudre le système (S)} \begin{cases} 2x - 5y + 3z + t = 5 \\ 3x - 7y + 3z - t = -1 \\ 5x - 9y + 6z + 2t = -7 \\ 4x - 6y + 3z + t = -8 \end{cases}$$



Indications ou résultats

[INDICATION POUR L'EXERCICE 1](#) [[Retour à l'énoncé](#)]

La solution générale de (S) est la droite vectorielle engendrée par $(11, 1, -7)$.

[INDICATION POUR L'EXERCICE 2](#) [[Retour à l'énoncé](#)]

Le système (S) ne possède aucune solution.

[INDICATION POUR L'EXERCICE 3](#) [[Retour à l'énoncé](#)]

La solution générale de (S) est définie par :

$$(x, y, z, t, u) = (-16, 23, 0, 0, 0) + z(1, -2, 1, 0, 0) + t(1, -2, 0, 1, 0) + u(5, -6, 0, 0, 1).$$

C'est un sous-espace affine de dimension 3.

[INDICATION POUR L'EXERCICE 4](#) [[Retour à l'énoncé](#)]

Le système (S) ne possède aucune solution.

[INDICATION POUR L'EXERCICE 5](#) [[Retour à l'énoncé](#)]

L'unique solution du système est $(x, y, z, t) = (-10, -7, -5, 5)$.

Corrigés des exercices

CORRIGÉ DE L'EXERCICE 1 [\[Retour à l'énoncé\]](#)

On procède par opérations élémentaires sur les lignes du système :

$$\begin{cases} x + 3y + 2z = 0 \\ 2x - y + 3z = 0 \\ 3x - 5y + 4z = 0 \\ x + 17y + 4z = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{array}{l} \Leftrightarrow \\ L_2 \leftarrow 2L_1 - L_2 \\ L_3 \leftarrow 3L_1 - L_3 \\ L_4 \leftarrow L_4 - L_1 \end{array} \begin{cases} x + 3y + 2z = 0 \\ 7y + z = 0 \\ 2(7y + z) = 0 \\ 2(7y + z) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 11y \\ z = -7y \end{cases}$$

La solution générale de (S) s'écrit donc $(x, y, z) = y(11, 1, -7)$, avec $y \in \mathbb{K}$.

C'est la droite vectorielle engendrée par $(11, 1, -7)$ (la matrice du système est de rang 2.)

CORRIGÉ DE L'EXERCICE 2 [\[Retour à l'énoncé\]](#)

On applique $L_3 \leftarrow L_3 + L_1 + L_2$ et $L_2 \leftarrow L_2 + 2L_1$, puis $L_2 \leftarrow 2L_2 - L_4$.

$$\begin{cases} 2x + y - z + t = 1 \\ 3x - 2y + 2z - 3t = 2 \\ 5x + y - z + 2t = -1 \\ 2x - y + z - 3t = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x + y - z + t = 1 \\ 7x - t = 4 \\ 10x = 2 \\ 4x - 2t = 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x + y - z + t = 1 \\ 10x = 3 \\ 10x = 2 \\ 4x - 2t = 5 \end{cases}$$

On constate que le système (S) ne possède aucune solution.

CORRIGÉ DE L'EXERCICE 3 [\[Retour à l'énoncé\]](#)

On procède par opérations élémentaires sur les lignes du système :

$$(S) \begin{cases} x + y + z + t + u = 7 \\ 3x + 2y + z + t - 3u = -2 \\ y + 2z + 2t + 6u = 23 \\ 5x + 4y + 3z + 3t - u = 12 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{array}{l} L_2 \leftarrow 3L_1 - L_2 \\ L_4 \leftarrow 5L_1 - L_4 \\ \Leftrightarrow \end{array} \begin{cases} x + y + z + t + u = 7 \\ y + 2z + 2t + 6u = 23 \\ y + 2z + 2t + 6u = 23 \\ y + 2z + 2t + 6u = 23 \end{cases}$$

Ce dernier système se réduit à ses deux premières équations. Ainsi :

$$(S) \Leftrightarrow \begin{cases} x + y + z + t + u = 7 \\ y + 2z + 2t + 6u = 23 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x - z - t - 5u = -16 \\ y + 2z + 2t + 6u = 23 \end{cases}$$

La solution générale de (S) s'écrit donc :

$$\begin{aligned} (x, y, z, t, u) &= (-16 + z + t + 5u, 23 - 2z - 2t - 6u, z, t, u) \\ &= (-16, 23, 0, 0, 0) + z(1, -2, 1, 0, 0) + t(1, -2, 0, 1, 0) + u(5, -6, 0, 0, 1) \end{aligned}$$

On obtient ainsi un espace affine de dimension 3 :

- Passant par le point $A = (-16, 23, 0, 0, 0)$ (une solution particulière du système.)
- De direction l'espace engendré par $\varepsilon_1 = (1, -2, 1, 0, 0)$, $\varepsilon_2 = (1, -2, 0, 1, 0)$, $\varepsilon_3 = (5, -6, 0, 0, 1)$.

Ces vecteurs forment une base du noyau de la matrice du système (matrice de rang 2.)

CORRIGÉ DE L'EXERCICE 4 [\[Retour à l'énoncé\]](#)

On procède par opérations élémentaires sur les lignes du système :

$$\left\{ \begin{array}{l} x + 3y - 2z + 5t - 7u = 3 \\ x + 2y - 9z + 4t - 6u = -1 \\ 2x - y + 7z - 3t + 5u = 2 \\ x - y - 2t + 3u = 2 \end{array} \right. \Leftrightarrow \left\{ \begin{array}{l} x + 3y - 2z + 5t - 7u = 3 \\ y + 7z + t - u = 4 \\ 7y - 11z + 13t - 19u = 4 \\ 4y - 2z + 7t - 10u = 1 \end{array} \right.$$

$L_2 \leftarrow L_1 - L_2$ $L_3 \leftarrow 2L_1 - L_3$ $L_4 \leftarrow L_1 - L_4$

Si on applique $L_3 \leftarrow 2L_4 - L_3$, on aboutit au système

$$\left\{ \begin{array}{l} x + 3y - 2z + 5t - 7u = 3 \\ y + 7z + t - u = 4 \\ y + 7z + t - u = -2 \\ 4y - 2z + 7t - 10u = 1 \end{array} \right.$$

Les lignes L_2 et L_3 de ce nouveau système sont manifestement incompatibles.

Conclusion : l'ensemble des solutions du système (S) est vide.

 CORRIGÉ DE L'EXERCICE 5 [\[Retour à l'énoncé\]](#)

Les opérations $\left\{ \begin{array}{l} L_3 \leftarrow L_3 - 2L_1 \\ L_4 \leftarrow L_4 - L_1 \end{array} \right.$ donnent $\left\{ \begin{array}{l} x + y = -17 \\ 2x - y = -13 \end{array} \right.$ donc $\left\{ \begin{array}{l} x = -10 \\ y = -7 \end{array} \right.$

On obtient alors $\left\{ \begin{array}{l} 3z + t = -10 \\ 3z - t = -20 \end{array} \right.$ donc $\left\{ \begin{array}{l} z = -5 \\ t = 5 \end{array} \right.$

L'unique solution du système est donc $(x, y, z, t) = (-10, -7, -5, 5)$.