# Énoncés des exercices

Exercice 1 [Indication] [Correction]

Résoudre le système (S) $\begin{cases} x+3y+2z=0 \\ 2x-y+3z=0 \\ 3x-5y+4z=0 \\ x+17y+4z=0 \end{cases}$

Exercice 2 [Indication] [Correction]

Résoudre le système (S) $\begin{cases} 2x+y-z+t=1 \\ 3x-2y+2z-3t=2 \\ 5x+y-z+2t=-1 \\ 2x-y+z-3t=4 \end{cases}$

Exercice 3 [Indication] [Correction]

Résoudre le système (S) $\begin{cases} x+y+z+t+u=7 \\ 3x+2y+z+t-3u=-2 \\ y+2z+2t+6u=23 \\ 5x+4y+3z+3t-u=12 \end{cases}$

Exercice 4 [Indication] [Correction]

Résoudre le système (S) $\begin{cases} x+3y-2z+5t-7u=3 \\ x+2y-9z+4t-6u=-1 \\ 2x-y+7z-3t+5u=2 \\ x-y-2t+3u=2 \end{cases}$

Exercice 5 [Indication] [Correction]

Résoudre le système (S) $\begin{cases} 2x-5y+3z+t=5 \\ 3x-7y+3z-t=-1 \\ 5x-9y+6z+2t=-7 \\ 4x-6y+3z+t=-8 \end{cases}$


©EduKlub S.A.
Tous droits de l'auteur des œuvres réservés. Sauf autorisation, la reproduction ainsi que toute utilisation des œuvres autre que la consultation individuelle et privée sont interdites.

Fichier généré pour Visiteur (), le 31/05/2021

# Indications ou résultats

**Indication pour l'exercice 1** [Retour à l'énoncé]

La solution générale de $(S)$ est la droite vectorielle engendrée par $(11, 1, -7)$.

**Indication pour l'exercice 2** [Retour à l'énoncé]

Le système $(S)$ ne possède aucune solution.

**Indication pour l'exercice 3** [Retour à l'énoncé]

La solution générale de $(S)$ est définie par :

$$(x, y, z, t, u) = (-16, 23, 0, 0, 0) + z(1, -2, 1, 0, 0) + t(1, -2, 0, 1, 0) + u(5, -6, 0, 0, 1).$$

C'est un sous-espace affine de dimension 3.

**Indication pour l'exercice 4** [Retour à l'énoncé]

Le système $(S)$ ne possède aucune solution.

**Indication pour l'exercice 5** [Retour à l'énoncé]

L'unique solution du système est $(x, y, z, t) = (-10, -7, -5, 5)$.

 ©EduKlub S.A.
Tous droits de l'auteur des œuvres réservés. Sauf autorisation, la reproduction ainsi que toute utilisation des œuvres autre que la consultation individuelle et privée sont interdites.

Fichier généré pour Visiteur (), le 31/05/2021

# Corrigés des exercices

## Corrigé de l'exercice 1 [Retour à l'énoncé]

On procède par opérations élémentaires sur les lignes du système :

$$\begin{cases} x+3y+2z=0 \\ 2x-y+3z=0 \\ 3x-5y+4z=0 \\ x+17y+4z=0 \end{cases} \begin{array}{c} \Leftrightarrow \\ \mathrm{L}_2 \leftarrow 2\mathrm{L}_1-\mathrm{L}_2 \\ \mathrm{L}_3 \leftarrow 3\mathrm{L}_1-\mathrm{L}_3 \\ \mathrm{L}_4 \leftarrow \mathrm{L}_4-\mathrm{L}_1 \end{array} \begin{cases} x+3y+2z=0 \\ 7y+z=0 \\ 2(7y+z)=0 \\ 2(7y+z)=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=11y \\ z=-7y \end{cases}$$

La solution générale de $(S)$ s'écrit donc $(x,y,z)=y(11,1,-7)$, avec $y\in\mathbb{K}$.

C'est la droite vectorielle engendrée par $(11,1,-7)$ (la matrice du système est de rang 2.)

## Corrigé de l'exercice 2 [Retour à l'énoncé]

On applique $\mathrm{L}_3 \leftarrow \mathrm{L}_3+\mathrm{L}_1+\mathrm{L}_2$ et $\mathrm{L}_2 \leftarrow \mathrm{L}_2+2\mathrm{L}_1$, puis $\mathrm{L}_2 \leftarrow 2\mathrm{L}_2-\mathrm{L}_4$.

$$\begin{cases} 2x+y-z+t=1 \\ 3x-2y+2z-3t=2 \\ 5x+y-z+2t=-1 \\ 2x-y+z-3t=4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x+y-z+t=1 \\ 7x-t=4 \\ 10x=2 \\ 4x-2t=5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x+y-z+t=1 \\ 10x=3 \\ 10x=2 \\ 4x-2t=5 \end{cases}$$

On constate que le système $(S)$ ne possède aucune solution.

## Corrigé de l'exercice 3 [Retour à l'énoncé]

On procède par opérations élémentaires sur les lignes du système :

$$(S) \begin{cases} x+y+z+t+u=7 \\ 3x+2y+z+t-3u=-2 \\ y+2z+2t+6u=23 \\ 5x+4y+3z+3t-u=12 \end{cases} \begin{array}{c} \mathrm{L}_2 \leftarrow 3\mathrm{L}_1-\mathrm{L}_2 \\ \mathrm{L}_4 \leftarrow 5\mathrm{L}_1-\mathrm{L}_4 \\ \Leftrightarrow \end{array} \begin{cases} x+y+z+t+u=7 \\ y+2z+2t+6u=23 \\ y+2z+2t+6u=23 \\ y+2z+2t+6u=23 \end{cases}$$

Ce dernier système se réduit à ses deux premières équations. Ainsi :

$$(S) \Leftrightarrow \begin{cases} x+y+z+t+u=7 \\ y+2z+2t+6u=23 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x-z-t-5u=-16 \\ y+2z+2t+6u=23 \end{cases}$$

La solution générale de $(S)$ s'écrit donc :

$$\begin{aligned} (x,y,z,t,u) &= (-16+z+t+5u, 23-2z-2t-6u, z, t, u) \\ &= (-16,23,0,0,0)+z(1,-2,1,0,0)+t(1,-2,0,1,0)+u(5,-6,0,0,1) \end{aligned}$$

On obtient ainsi un espace affine de dimension 3 :

- Passant par le point $A=(-16,23,0,0,0)$ (une solution particulière du système.)
- De direction l'espace engendré par $\varepsilon_1=(1,-2,1,0,0)$, $\varepsilon_2=(1,-2,0,1,0)$, $\varepsilon_3=(5,-6,0,0,1)$. Ces vecteurs forment une base du noyau de la matrice du système (matrice de rang 2.)


©EduKlub S.A.
Tous droits de l'auteur des œuvres réservés. Sauf autorisation, la reproduction ainsi que toute utilisation des œuvres autre que la consultation individuelle et privée sont interdites.

Fichier généré pour Visiteur (), le 31/05/2021

## Corrigé de l'exercice 4 [Retour à l'énoncé]

On procède par opérations élémentaires sur les lignes du système :

$$\begin{cases} x+3y-2z+5t-7u=3 \\ x+2y-9z+4t-6u=-1 \\ 2x-y+7z-3t+5u=2 \\ x-y-2t+3u=2 \end{cases} \quad \begin{matrix} \Leftrightarrow \\ L_2 \leftarrow L_1-L_2 \\ L_3 \leftarrow 2L_1-L_3 \\ L_4 \leftarrow L_1-L_4 \end{matrix} \quad \begin{cases} x+3y-2z+5t-7u=3 \\ y+7z+t-u=4 \\ 7y-11z+13t-19u=4 \\ 4y-2z+7t-10u=1 \end{cases}$$

Si on applique $L_3 \leftarrow 2L_4-L_3$, on aboutit au système $\begin{cases} x+3y-2z+5t-7u=3 \\ y+7z+t-u=4 \\ y+7z+t-u=-2 \\ 4y-2z+7t-10u=1 \end{cases}$

Les lignes $L_2$ et $L_3$ de ce nouveau système sont manifestement incompatibles.

Conclusion : l'ensemble des solutions du système $(S)$ est vide.

## Corrigé de l'exercice 5 [Retour à l'énoncé]

Les opérations $\begin{cases} L_3 \leftarrow L_3-2L_1 \\ L_4 \leftarrow L_4-L_1 \end{cases}$ donnent $\begin{cases} x+y=-17 \\ 2x-y=-13 \end{cases}$ donc $\begin{cases} x=-10 \\ y=-7 \end{cases}$

On obtient alors $\begin{cases} 3z+t=-10 \\ 3z-t=-20 \end{cases}$ donc $\begin{cases} z=-5 \\ t=5 \end{cases}$

L'unique solution du système est donc $(x,y,z,t)=(-10,-7,-5,5)$.


©EduKlub S.A.
Tous droits de l'auteur des œuvres réservés. Sauf autorisation, la reproduction ainsi que toute utilisation des œuvres autre que la consultation individuelle et privée sont interdites.

Fichier généré pour Visiteur (), le 31/05/2021