



**-EXERCICE 27.4-**

• **ENONCE** :

« Champ créé par un ruban »

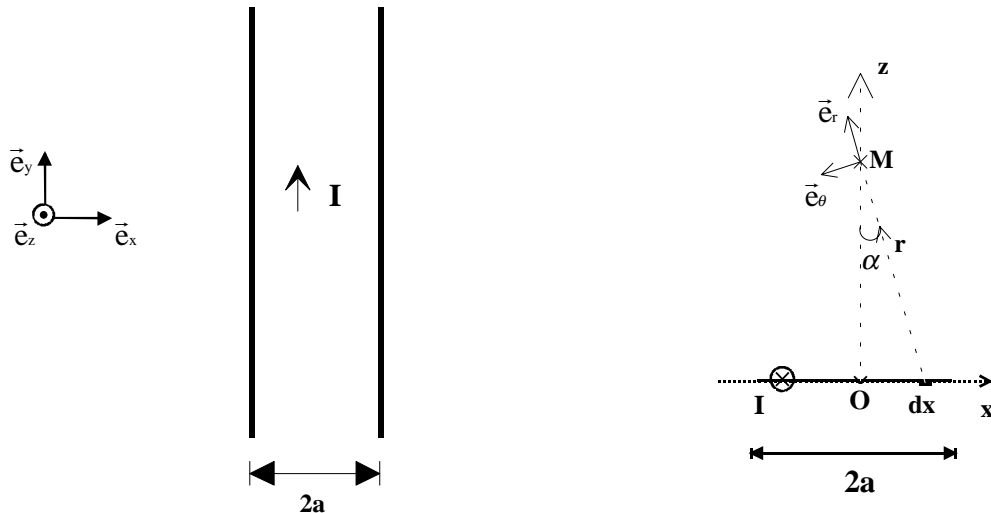
Soit un ruban illimité de largeur  $2a$ , parcouru par des courants **superficiels** permanents et uniformes d'intensité  $I$  : calculer le champ magnétique en tout point d'un axe  $Oz$  perpendiculaire au ruban et passant par le milieu de ce dernier.

## EXERCICE D'ORAL

 • CORRIGE :

« Champ créé par un ruban »

♦ Ici, « l'astuce » consiste à considérer le ruban comme la juxtaposition d'une infinité de fils de largeur  $dx$ , parcourus par un courant élémentaire  $dI$ , comme on peut le voir sur la figure ci-dessous :



♦ Le plan  $yOz$  étant plan de symétrie des courants,  $\vec{B}(M)$  sera porté par  $\vec{e}_x$  ; pour un fil illimité de largeur élémentaire  $dx$  et parcouru par un courant  $dI = \frac{I}{2a} dx$ , nous avons :

$$d\vec{B} = \frac{\mu_0 dI}{2\pi r} \vec{e}_\theta = \frac{\mu_0 I dx}{4\pi ar} \vec{e}_\theta \Rightarrow dB_x = \frac{\mu_0 I dx}{4\pi ar} \cos \alpha \quad (\text{seule la composante selon } Ox \text{ nous intéresse})$$

Par ailleurs :  $\cos \alpha = z_M / r$  et  $\tan \alpha = x / z_M \Rightarrow dx = \frac{z_M}{\cos^2(\alpha)} d\alpha \Rightarrow dB_x = \frac{\mu_0 I}{4\pi a} d\alpha$  ; il vient alors :

$$\boxed{\vec{B}(M) = \frac{\mu_0 I}{2\pi a} \alpha_{\max} \vec{e}_x \quad \text{avec: } \alpha_{\max} = \arctan\left(\frac{a}{z_M}\right)}$$

♦ Etudions maintenant les cas limites :

- $a / z_M \ll 1$  : alors  $\tan(a / z_M) \simeq a / z_M \Rightarrow B(M) \simeq \frac{\mu_0 I}{2\pi z_M}$  ; on retrouve le **champ créé par un fil illimité** parcouru par un courant  $I$  (à grande distance, le ruban est assimilable à un fil)
- $a / z_M \gg 1$  : alors  $\alpha_{\max} \simeq \pi / 2 \Rightarrow B(M) \simeq \frac{\mu_0 I}{4a} = \frac{\mu_0 j_S}{2}$  avec:  $j_S = \frac{I}{2a}$  ; on retrouve cette fois le **champ créé par un plan** parcouru par des courants superficiels uniformes de densité  $j_S$  (pour un point  $M$  « collé » au ruban, ce dernier apparaît comme une surface plane illimitée)

**Rq1** : des connexions en « ruban » sont fréquentes en électronique ou informatique.

**Rq2** : on remarque une nouvelle fois la simplicité de l'intégration en variable angulaire.