



-EXERCICE 27.4-

• **ENONCE** :

« Champ créé par un ruban »

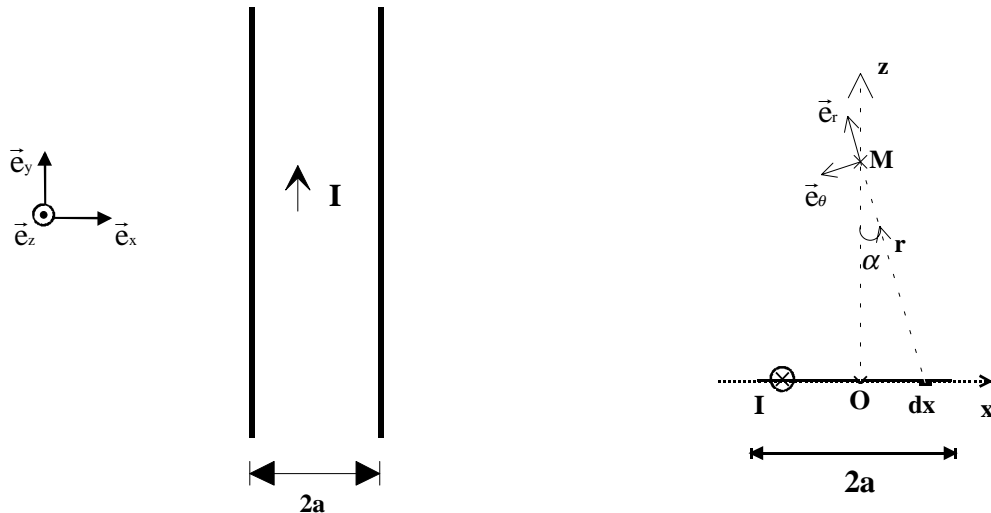
Soit un ruban illimité de largeur $2a$, parcouru par des courants **superficiels** permanents et uniformes d'intensité I : calculer le champ magnétique en tout point d'un axe Oz perpendiculaire au ruban et passant par le milieu de ce dernier.

EXERCICE D'ORAL

 • CORRIGE :

« Champ créé par un ruban »

♦ Ici, « l'astuce » consiste à considérer le ruban comme la juxtaposition d'une infinité de fils de largeur dx , parcourus par un courant élémentaire dI , comme on peut le voir sur la figure ci-dessous :



♦ Le plan yOz étant plan de symétrie des courants, $\vec{B}(M)$ sera porté par \vec{e}_x ; pour un fil illimité de largeur élémentaire dx et parcouru par un courant $dI = \frac{I}{2a} dx$, nous avons :

$$d\vec{B} = \frac{\mu_0 dI}{2\pi r} \vec{e}_\theta = \frac{\mu_0 I dx}{4\pi ar} \vec{e}_\theta \Rightarrow dB_x = \frac{\mu_0 I dx}{4\pi ar} \cos \alpha \quad (\text{seule la composante selon } Ox \text{ nous intéresse})$$

Par ailleurs : $\cos \alpha = z_M / r$ et $\tan \alpha = x / z_M \Rightarrow dx = \frac{z_M}{\cos^2(\alpha)} d\alpha \Rightarrow dB_x = \frac{\mu_0 I}{4\pi a} d\alpha$; il vient alors :

$$\boxed{\vec{B}(M) = \frac{\mu_0 I}{2\pi a} \alpha_{\max} \quad \text{avec: } \alpha_{\max} = \arctan\left(\frac{a}{z_M}\right)}$$

♦ Etudions maintenant les cas limites :

- $a / z_M \ll 1$: alors $\tan(a / z_M) \simeq a / z_M \Rightarrow B(M) \simeq \frac{\mu_0 I}{2\pi z_M}$; on retrouve le **champ créé par un fil illimité** parcouru par un courant I (à grande distance, le ruban est assimilable à un fil)
- $a / z_M \gg 1$: alors $\alpha_{\max} \simeq \pi / 2 \Rightarrow B(M) \simeq \frac{\mu_0 I}{4a} = \frac{\mu_0 j_S}{2}$ avec: $j_S = \frac{I}{2a}$; on retrouve cette fois le **champ créé par un plan** parcouru par des courants superficiels uniformes de densité j_S (pour un point M « collé » au ruban, ce dernier apparaît comme une surface plane illimitée)

Rq1 : des connexions en « ruban » sont fréquentes en électronique ou informatique.

Rq2 : on remarque une nouvelle fois la simplicité de l'intégration en variable angulaire.