Dénombrement d'un ensemble

Dénombrer un ensemble revient à déterminer "le nombre de façons de construire" un élément quelconque de cet ensemble. Ainsi, avant de dénombrer un ensemble E, il faut prendre soin de déterminer avec précision la nature des éléments qui le constituent, afin d'éviter les "oublis" (oublier des éléments) ou les "ajouts" (compter des éléments en trop ou plusieurs fois). En particulier, il y a lieu de préciser avec soin :

- la structure de l'ensemble des objets (les objets qui composent les éléments de l'ensemble sont-ils discernables ou indiscernables ?),
- la structure des dispositions des objets (y a-t-il répétition éventuelle d'objets dans la constitution des éléments de l'ensemble à dénombrer ? y a-t-il un ordre dans la manière dont sont constitués les éléments de l'ensemble à dénombrer ?).

Comment dénombrer un ensemble E ?

Se ramener au cours

Dans un premier temps, après avoir identifié l'existence éventuelle d'ordre et/ou de répétitions éventuelle dans les éléments de E, il est préférable de se demander s'il s'agit d'un modèle du cours.

- Nombre de p-listes d'un ensemble à n éléments:

$\mathcal{N}^p$ (éléments **ordonnés** et **non forcément distincts**),

- Nombre de p-listes d'éléments distincts d'un ensemble à n éléments (arrangements):

$$A_n^p = \begin{cases} \dfrac{n!}{(n-p)!} & \text{si } 0 \le p \le n \\ 0 & \text{sinon} \end{cases}$$ (éléments **ordonnés** et **distincts**),

- Nombre de parties à p éléments d'un ensemble à n éléments (combinaisons):

$$C_n^p = \binom{n}{p} = \begin{cases} \dfrac{n!}{p!(n-p)!} & \text{si } 0 \le p \le n \\ 0 & \text{sinon} \end{cases}$$ (éléments **non ordonnés** et **distincts**),

- Nombre de parties d'un ensemble à n éléments:

$$2^n$$

Précisons ici que les combinaisons avec répétition (dont le nombre est noté Γ_n^p) sont hors programme.

 © EduKlub S.A.
Tous droits de l'auteur des œuvres réservés. Sauf autorisation, la reproduction ainsi que toute utilisation des œuvres autre que la consultation individuelle et privée sont interdites.

Fichier généré pour Visiteur (), le 31/05/2021

Décomposer les éléments de l'ensemble à dénombrer

Il peut être utile d'expliciter un schéma permettant de décomposer en différentes étapes la détermination des éléments de E (en fait, construire un arbre généalogique des éléments dont les branches sont des objets simples). On obtient ainsi une décomposition de E à l'aide de sous-ensembles plus simples et l'on se ramène alors aux formules déjà établies.

En principe, on formule un tel raisonnement par une phrase du type "pour déterminer un élément de E, il faut et il suffit de..." puis l'on énumère les étapes successives de la décomposition choisie.

Remarque complémentaire

Il peut être utile de connaître les règles de certains jeux, populaires, et pouvant faire l'objet de questions sans que les règles soient rappelées : le tiercé, le loto, le loto sportif, le poker. Il s'agit en quelque sorte d'une culture générale que chaque candidat doit posséder.

© EduKlub S.A.
Tous droits de l'auteur des œuvres réservés. Sauf autorisation, la reproduction ainsi que toute utilisation des œuvres autre que la consultation individuelle et privée sont interdites.

Fichier généré pour Visiteur (), le 31/05/2021