Raisonnement probabiliste

Enoncé

Exercice 1

On lance une pièce équilibrée deux fois de suite. On note A l'événement « le premier lancer donne pile », B l'événement « le second lancer donne face » et C l'événement « on obtient un pile et un face lors des lancers de la pièce ».

Les événements A, B et C sont-ils deux à deux indépendants ? Sont-ils mutuellement indépendants ?

Exercice 2

A quelle condition nécessaire et suffisante deux événements peuvent-ils être incompatibles et indépendants ? Que peut-on en déduire sur deux événements de probabilité non nulle ?

 © EduKlub S.A.
Tous droits de l'auteur des œuvres réservés. Sauf autorisation, la reproduction ainsi que toute utilisation des œuvres autre que la consultation individuelle et privée sont interdites.

Fichier généré pour Visiteur (), le 31/05/2021

Correction

Exercice 1

▲ La pièce étant équilibrée, on peut obtenir pile ou face de manière équiprobable, et donc : $p(A) = p(B) = \frac{1}{2}$. De plus, il y a deux façons d'obtenir un pile et un face lors des lancers (pile puis face ou face puis pile). Comme il y a $2^2=4$ suites de deux lancers possibles, on en déduit alors, chacune de ces suites pouvant être obtenue de manière équiprobable : $p(C) = \frac{2}{4}$, soit : $p(C) = \frac{1}{2}$.

En outre, $A \cap B$ est réalisé si et seulement si un pile est obtenu au premier lancer et un face au second, d'où, les lancers étant équiprobables : $p(A \cap B) = \frac{1}{4} = p(A)p(B)$. De même, $A \cap C$ est réalisé si et seulement si un pile est obtenu au premier lancer et un face au second, donc, les lancers étant équiprobables : $p(A \cap C) = \frac{1}{4} = p(A)p(C)$. Enfin, $B \cap C$ est réalisé si et seulement si un pile est obtenu au premier lancer et un face au second. D'où les lancers étant équiprobables : $p(B \cap C) = \frac{1}{4} = p(B)p(C)$. On peut maintenant conclure :

A, B et C sont deux à deux indépendants.

▲ $A \cap B \cap C$ est réalisé si et seulement si un pile est obtenu au premier lancer et un face au second. Comme il y a 4 suites de deux lancers possibles et comme chacune de ces suites peut être obtenue de manière équiprobable, on a donc :

$p(A \cap B \cap C) = \frac{1}{4}$.

On peut donc maintenant conclure :

A, B, et C ne sont pas mutuellement indépendants.

Exercice 2

▲ A et B sont deux événements incompatibles et indépendants si et seulement si $p(A \cap B)=0$ et $p(A \cap B)=p(A)p(B)$, soit si et seulement si $p(A)=0$ ou $p(B)=0$. D'où la conclusion :

Deux événements sont incompatibles et indépendants si et seulement si l'un au moins est quasi-impossible

© EduKlub S.A.
Tous droits de l'auteur des œuvres réservés. Sauf autorisation, la reproduction ainsi que toute utilisation des œuvres autre que la consultation individuelle et privée sont interdites.

Fichier généré pour Visiteur (), le 31/05/2021

▲ D'après le résultat précédent, les événements ne peuvent être à la fois indépendants et incompatibles. D'où la conclusion :

Deux événements de probabilité non nulle ne peuvent être indépendants et incompatibles.

 © EduKlub S.A.
Tous droits de l'auteur des œuvres réservés. Sauf autorisation, la reproduction ainsi que toute utilisation des œuvres autre que la consultation individuelle et privée sont interdites.

Fichier généré pour Visiteur (), le 31/05/2021