Equivalence de suites

Méthodes

Montrer que deux suites réelles sont équivalentes

1. *En cherchant la limite du quotient*

Se souvenir que, si les termes de la suite $(v_n)_{n\in\mathbb{N}}$ sont tous nuls à partir d'un certain rang, alors les suites $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ et $(v_n)_{n\in\mathbb{N}}$ sont équivalentes si, et seulement si, la suite $\left(\frac{u_n}{v_n}\right)_{n\in\mathbb{N}}$ converge vers 1.

2. *Utiliser la définition de l'équivalence*

Si la première méthode n'est pas applicable ou si elle n'aboutit pas (ce qui est assez rare aux concours), on peut également utiliser la définition de l'équivalence : $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ et $(v_n)_{n\in\mathbb{N}}$ sont équivalentes, et on note : $u_n \sim v_n$, s'il existe une suite $(h_n)_{n\in\mathbb{N}}$ convergente de limite 1 et un rang r tels que : $\forall n \geq r$, $u_n = h_n v_n$.

Propriétés des suites réelles équivalentes

1. *Limites*

Deux suites équivalentes admettant une limite (finie ou infinie) tendent vers la même limite.

2. *Propriétés d'une suite de limite non nulle*

Si la suite $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ converge vers $\ell \neq 0$, alors $u_n \sim \ell$.

3. *Signe*

Deux suites équivalentes sont de même signe au voisinage de $+\infty$.

4. *Opérations sur les équivalents*

Dans le cas général, on peut multiplier et diviser (si les suites ne s'annulent pas au voisinage de $+\infty$) les équivalences. En revanche, on ne peut pas dans le cas général additionner ou composer des équivalents.

© EduKlub S.A.
Tous droits de l'auteur des œuvres réservés. Sauf autorisation, la reproduction ainsi que toute utilisation des œuvres autre que la consultation individuelle et privée sont interdites.

Fichier généré pour Visiteur (), le 31/05/2021

5. *Equivalents usuels*

Si $\lim_{n\to+\infty} u_n = 0$, on a :

- $\sin(u_n) \sim u_n$,
- $\cos(u_n) - 1 \sim -\frac{u_n^2}{2}$,
- $\tan(u_n) \sim u_n$,
- $\ln(1 + u_n) \sim u_n$,
- $e^{u_n} - 1 \sim u_n$,
- $(1 + u_n)^{\alpha} - 1 \sim \alpha u_n$ $(\alpha \in \mathbb{R})$
- Si $P = \sum_{k=0}^{p} a_k X^k$ (avec $a_p \neq 0$), alors $P(n) \sim a_p n^p$

 © EduKlub S.A.
Tous droits de l'auteur des œuvres réservés. Sauf autorisation, la reproduction ainsi que toute utilisation des œuvres autre que la consultation individuelle et privée sont interdites.

Fichier généré pour Visiteur (), le 31/05/2021