P82T

✵ Banque filière PT ✵

Epreuve de Sciences Industrielles A

Durée 5 h

Si, au cours de l'épreuve, un candidat repère ce qui lui semble être une erreur d'énoncé, d'une part il le signale au chef de salle, d'autre par il le signale sur sa copie et poursuit sa composition en indiquant les raisons des initiatives qu'il est amené à prendre.

Aucun document n'est autorisé

Moyen de calcul autorisé :

Calculatrice de poche - y compris calculatrice programmable et alphanumérique - à fonctionnement autonome, non imprimante, autorisée conformément à la circulaire n° 99-018 du 1er février 1999.
En aucune façon la calculatrice ne pourra posséder de données scientifiques et techniques propres au génie mécanique et à l'automatique.

Ce document comporte quatre parties :

- *une présentation du sujet : 3 pages,*
- *le travail demandé (parties 1, 2 et 3) : 23 pages,*
- *les annexes : 2 pages,*
- *les documents réponses : 1 feuillet de 4 pages (DR1) et une page séparée (DR2).*

ATTENTION

Le candidat traitera chacune des parties (partie 1, partie 2 et partie 3) sur des copies séparées en indiquant sur chacune d'entre elles le numéro de la partie traitée.

Penser à rendre les deux documents réponse en même temps que les copies.

Les candidats sont invités à formuler toutes les hypothèses qu'ils jugeront nécessaires pour répondre aux questions posées.

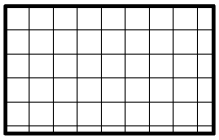
Tournez la page S.V.P.

Fichier généré pour Visiteur (), le 31/05/2021

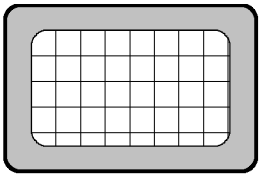
Chargement / déchargement d'une presse injection plastique

Les pièces injectées représentent aujourd'hui une grande part de la production industrielle. Le déchargement des presses d'injection est généralement effectué en automatique par des robots 3 axes cartésiens, voire par des robots 6 axes lorsque des problèmes dégagement imposent des trajectoires complexes de la pièce hors du moule. Ce déchargement représente un enjeu stratégique : la durée du cycle du robot pour récupérer la pièce dans le moule engendre un coût non négligeable sur le prix final de la pièce produite puisqu'il n'y a pas d'injection pendant ce temps.

Le sujet porte sur une cellule d'injection automatisée produisant des pièces injectées. Les pièces produites sont des ardoises (figure I-1) composées d'un insert en carton plastifié surmoulé pour obtenir un bord plastifié autour de celui-ci. Les inserts sont déposés dans le moule de la presse avant la fermeture du moule. Le moule comporte deux empreintes afin de réaliser 2 ardoises par cycle.

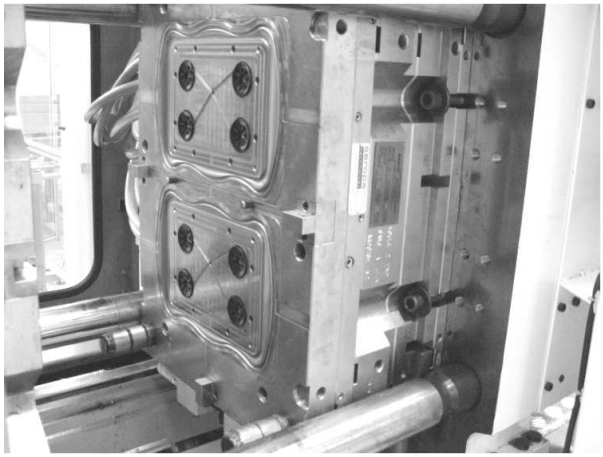


Ardoise brute : insert en carton



Ardoise finie : insert en carton et surmoulage plastique

Cellule d'injection a)



Moule mobile et ses 2 empreintes b)

Figure I-1 : Cellule d'injection automatisée

La cellule d'injection (figure I-2) est constituée des sous-ensembles suivants :

- deux magasins (1.1 et 1.2) d'inserts (cartons bruts) comportant deux racks de deux rangées de cartons chacun ;
- un robot de chargement / déchargement de la presse (robot 1) équipé d'un double préhenseur avec deux jeux de ventouses. Le premier préhenseur, avec ses ventouses V1, récupère les ardoises moulées sur le moule fixe. Le deuxième préhenseur, avec ses ventouses V2, assure la prise et la dépose des ardoises brutes. Il est équipé d'une unité de rotation à 90° pour effectuer le changement d'orientation entre la préhension dans les magasins *1.i* et la dépose des inserts sur le moule mobile ;
- une presse d'injection permettant de mouler deux ardoises simultanément ;

Fichier généré pour Visiteur (), le 31/05/2021

- un robot de palettisation (robot 2) des ardoises finies équipé d'un préhenseur à ventouses ;
- une zone de dépose par le robot 1 des ardoises finies constituée de deux supports D1 et D2 ;
- deux magasins (2.1 et 2.2) de pièces finies comportant chacun un rack de quatre ardoises empilées à plat.

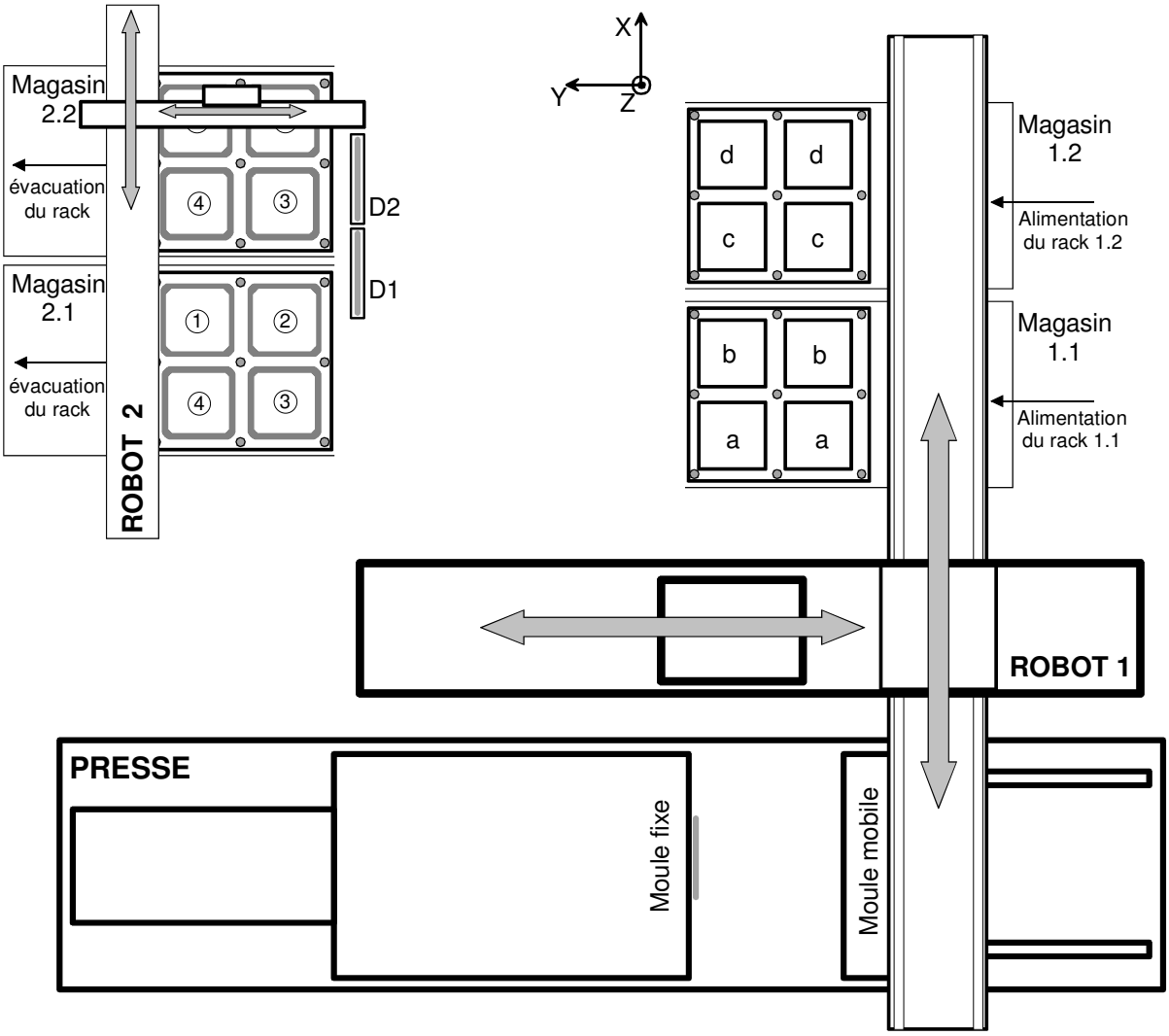


Figure I-2 : Organisation de la cellule d'injection

Description du fonctionnement :

La cellule d'injection est alimentée par deux magasins dans lesquels les inserts en cartons (ardoises brutes) sont empilés à plat dans des racks verticaux (magasins 1.1 et 1.2). Le robot 1, comportant trois axes cartésiens, équipé d'un jeu de ventouses (V1), prélève simultanément deux ardoises brutes (respectivement en a, b, c puis d) et vient les placer sur le côté mobile du moule. Des ventouses placées dans celui-ci permettent de maintenir ces inserts en attendant la fermeture du moule.

Le robot 1 possède un deuxième préhenseur en vis-à-vis du premier. Il est équipé de ventouses (V2) qui vont permettre de récupérer les ardoises venant d'être moulées sur le côté

Fichier généré pour Visiteur (), le 31/05/2021

fixe du moule. A l'issue de l'opération de chargement / déchargement, le robot a donc déposé les inserts (cartons bruts) dans le moule et récupéré les deux ardoises finies. La phase de moulage peut alors débuter.
La phase de chargement / déchargement ayant été exécutée, le robot 1 dépose une à une les ardoises verticalement dans un support spécifique (D1 et D2). Un deuxième robot 3 axes cartésiens (robot 2) récupère alors chaque ardoise (une à la fois) pour la déposer dans un magasin constitué par les ardoises empilées à plat dans des racks verticaux (magasins 2.1 et 2.2).

Fichier généré pour Visiteur (), le 31/05/2021

Travail demandé

Remarques importantes :

1. Le sujet comporte trois parties indépendantes, elles mêmes constituées de nombreuses questions traitables séparément :

   - la partie 1 est consacrée à l'analyse fonctionnelle du système en abordant tout d'abord l'étude de la coordination entre la presse d'injection et les deux robots puis la vérification des capacités cinématiques et dynamiques de l'axe vertical du robot 1 de chargement / déchargement de la presse.
     (durée conseillée 1h 15) ;
   - la partie 2 s'intéresse à la liaison glissière suivant X du robot 1, elle permet notamment de valider les dispositions constructives de celle-ci.
     (durée conseillée 1h 15) ;
   - la partie 3 aborde la chaîne fonctionnelle de commande de l'axe Y du robot 1 et le réglage des correcteurs de l'asservissement pour le contrôle en position du préhenseur dans cette direction.
     (durée conseillée 2h 00).

   En considérant une durée de 30 minutes pour la lecture du sujet.

2. Tous les calculs seront systématiquement rédigés en littéral puis, s'il y a lieu, en numérique. Les résultats seront encadrés sur la copie.

Fichier généré pour Visiteur (), le 31/05/2021

Partie 1 : analyse fonctionnelle et cinématique

1.1 : FONCTIONNEMENT GLOBAL

Le cycle de fonctionnement de la cellule d'injection peut être décrit par le Grafcet de coordination des tâches figure 1.1. La liste des Entrées / Sorties utilisées et l'expansion de la macro-étape M2 sont décrites sur le document réponse *DR1.1*.

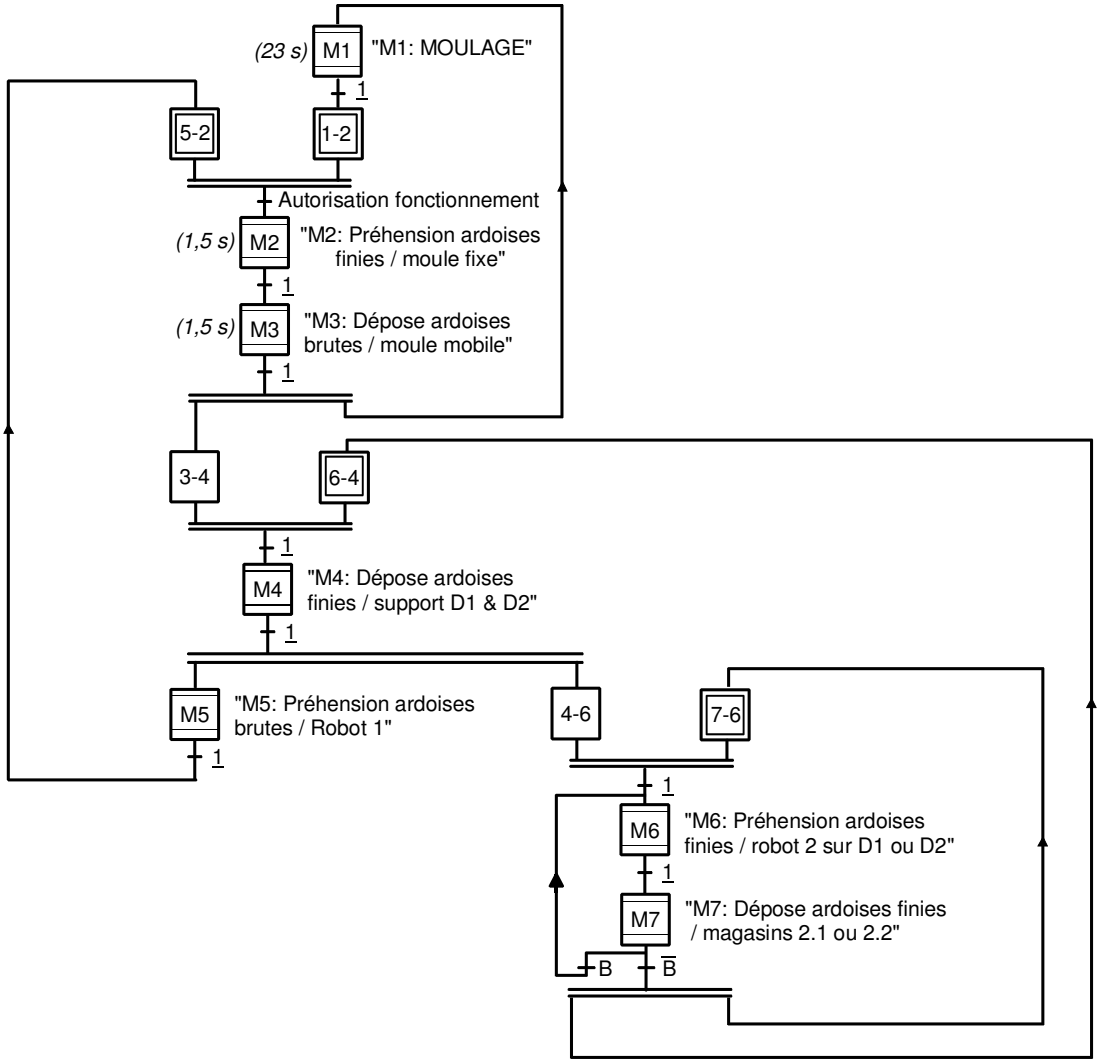


Figure 1.1 : Grafcet de coordination des tâches de la cellule d'injection

Question 1.1 : *sur le document réponse DR1.1,* ***compléter*** *l'expansion de la macro-étape M3. Le niveau de description doit être homogène au Grafcet de coordination des tâches et à l'expansion de la macro-étape M2.*

1.2 : GESTION DES MAGASINS « ardoises finies »

Les ardoises finies sont déposées en D1 et D2 par le robot 1 de chargement / déchargement de la presse. Le robot 2 récupère alternativement chaque ardoise sur D1 ou D2 (support D1 ou D2 géré par la variable binaire *B*, avec *B = 0 ou 1*) pour la déposer à plat (rotation de 90° sur

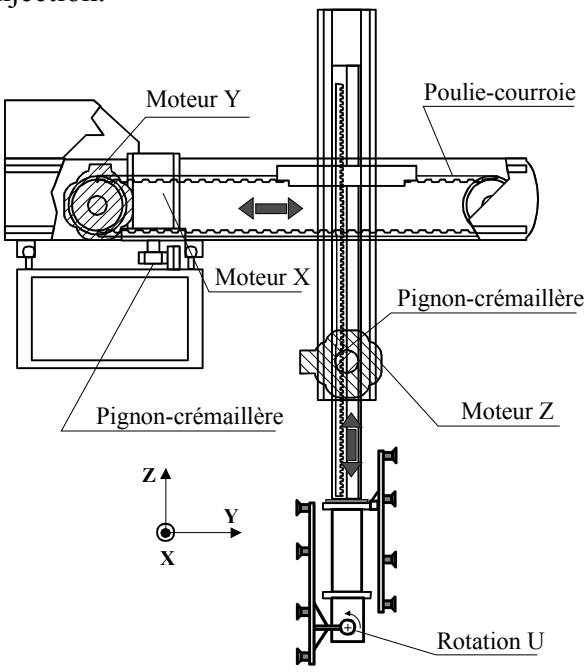
Fichier généré pour Visiteur (), le 31/05/2021

le préhenseur à ventouses) dans le magasin en cours (magasins 2.1 ou 2.2). La gestion des deux magasins permet d'éviter un arrêt de production lorsqu'un rack est complet (changement du rack par un opérateur en temps masqué). Le magasin en cours est géré par la variable binaire *M*, avec *M = 0 ou 1.*
La séquence de pose des ardoises dans un magasin en cours correspond à la numérotation du schéma figure I-2 (respectivement les positions : ①, ②, ③, ④), gérée par la variable *j* (avec *j* = 1, 2, 3 ou 4). Enfin, le nombre d'ardoises par position est géré par le compteur *C* (avec *C* compris entre 0 et *n*). L'expansion de la macro-étape M6 et celle, partielle, de M7 sont décrites sur le document réponse *DR1.2*.

Question 1.2 : *sur le document réponse DR1.2,* ***compléter*** *l'expansion de la macro-étape M7. Le niveau de description doit être homogène au Grafcet de coordination des tâches et à l'expansion de la macro-étape M6.*

1.3 : DETERMINATION DES CAPACITES CINEMATIQUE ET DYNAMIQUE

Le robot 1 de chargement / déchargement de la cellule d'injection est constitué d'un portique cartésien 3 axes. Chaque axe est composé d'un moteur synchrone autopiloté, d'un réducteur à train épicycloïdal, d'un système de transformation de mouvement (de type pignon - crémaillère pour les axes X et Z, poulies - courroie crantée pour Y) et d'un chariot guidé par des galets.
Dans cette partie, nous nous intéresserons uniquement à l'axe vertical Z.
Celui-ci fonctionne avec un cycle imposé permettant de respecter les cadences du cycle d'injection.



Notations :
C_m : couple électromécanique moteur
ω_m : vitesse angulaire de l'arbre moteur
ω_p : vitesse angulaire du pignon
V_p : vitesse linéaire du préhenseur
γ_P : accélération du préhenseur

J_m : moment d'inertie de l'arbre moteur
J_p : moment d'inertie du pignon
J_r : moment d'inertie du réducteur (ramené à l'arbre moteur)
M_z : masse totale de la poutre verticale en mouvement (sans pièce)
M_p : masse d'une ardoise finie
M_i : masse d'un insert (carton brut)

R_p : rayon primitif du pignon moteur
n : rapport de réduction : $n = \frac{\omega_m}{\omega_p}$

Figure 1.2 : Schéma de principe de la chaîne de positionnement – axe vertical Z

Hypothèses pour cette partie :
- les solides sont considérés indéformables ;
- les efforts dus aux frottements secs et visqueux sont négligés, les liaisons sont considérées parfaites ;
- les mouvements du robot s'effectuent en paraxial (un seul axe à la fois).

Fichier généré pour Visiteur (), le 31/05/2021

Question 1.3 *: **donner** l'expression littérale du moment d'inertie total équivalent* J_{Teq} *ramené à l'arbre moteur de l'ensemble vertical mobile (axe Z).*

Le cycle étudié se situe à la fin de l'injection : depuis la préhension des pièces venant d'être injectées (bras au-dessus du moule) jusqu'à la dépose de celles-ci sur la zone de dépose (figures I-2 et 1.3-a). Le déroulement du cycle est décrit dans le tableau 1.1.

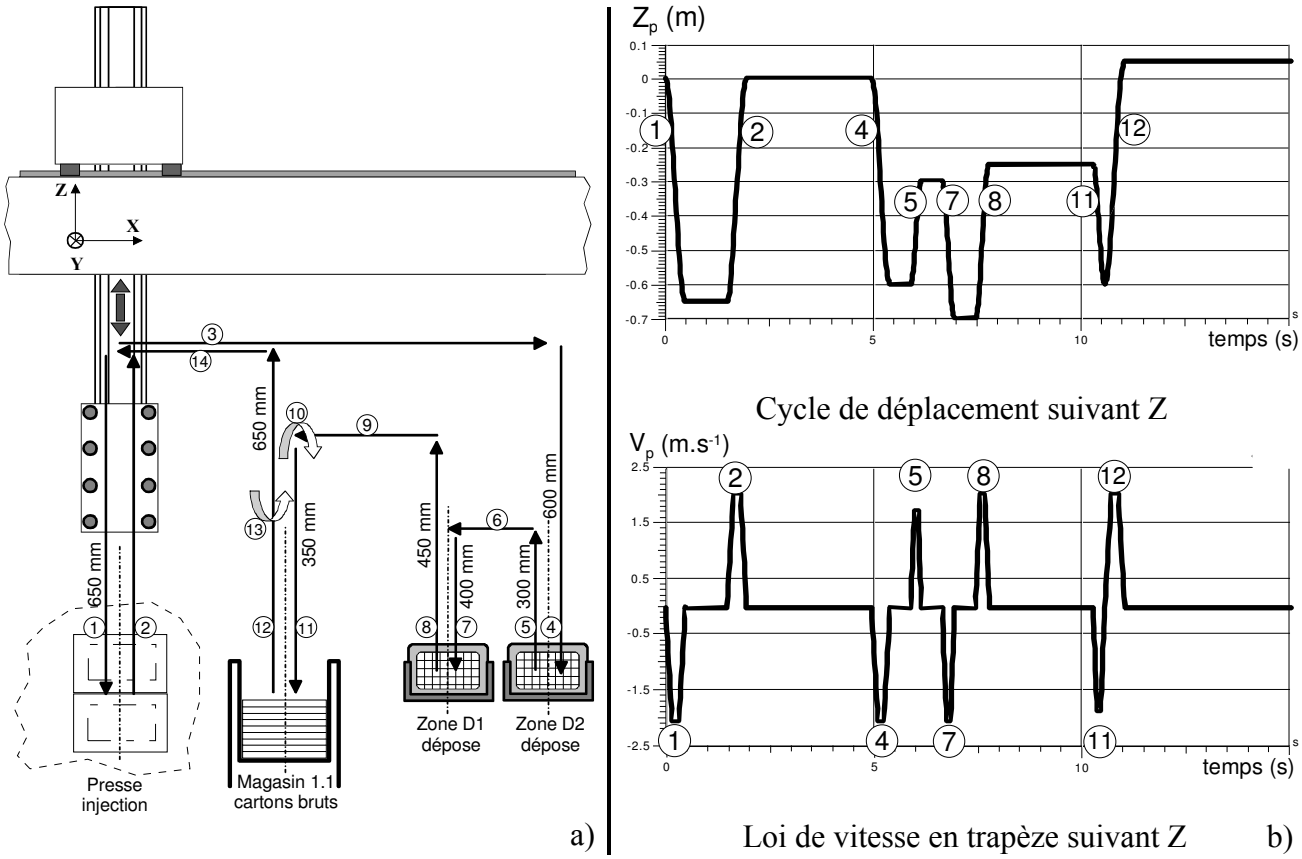
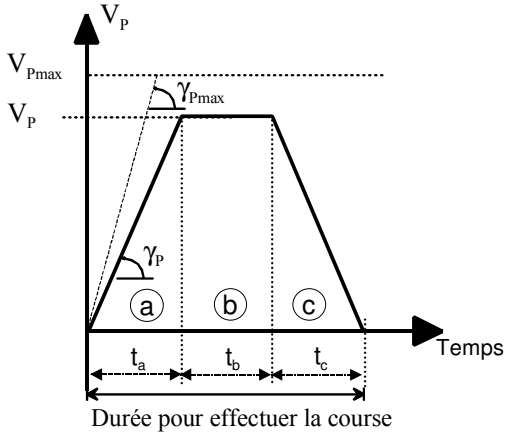


Figure 1.3 : a) Cycle étudié pour l'axe Z – b) Loi de mouvement pour l'axe Z

La loi de mouvement désirée est définie par la figure 1.3-b. Il s'agit d'une loi de vitesse de type « trapèze » permettant un meilleur comportement thermique du moteur. L'ensemble « moteur et variateur » doit pouvoir supporter le cycle prévu sans échauffement anormal. Classiquement, les constructeurs de moteurs préconisent d'utiliser une règle d'équirépartition (figure 1.4) des temps d'accélération, de vitesse constante et de décélération : $t_a = t_b = t_c$.



Phase	Couple moteur
a	C_m =
b	C_m =
c	C_m =

Figure 1.4 : Cycle de vitesse en trapèze – règle d'équirépartition

Fichier généré pour Visiteur (), le 31/05/2021

Etape	Description	Pièces dans les préhenseurs	Axe en mouvement	Course (mm)	Durée (s)
1	Descente dans le moule de la presse	2 (inserts)	Z -	650	
---	Préhension ardoises et dépose cartons				1
2	Remontée des ardoises finies	2 (pièces injectées)	Z +	650	
3	Déplacement vers zone de dépose	2	X +	---	3
4	Descente vers dépose D2	2	Z -	600	
---	Dépose ardoise 1				0,5
5	Remontée préhenseurs	1	Z +	300	
6	Déplacement vers zone dépose D1	1	X -	---	0,5
7	Descente vers dépose D1	1	Z -	400	
---	Dépose ardoise 1	0			0,5
8	Remontée préhenseurs	0	Z +	450	
9	Déplacement vers magasin 1.1	0	X -	---	2
10	Retournement préhenseur à l'horizontal	0	U -		0,5
11	Descente vers magasin 1.1 prise cartons	0	Z -	350	
12	Remontée préhenseurs	2 (inserts)	Z +	600	
13	Retournement préhenseur en vertical	2 (inserts)	U +		1
14	Déplacement vers presse	2 (inserts)	X -	---	2
---	Attente ouverture presse (boucle idem tant que magasin 1.1 non vide…)	2 (inserts)			1

Tableau 1.1 : Etapes du cycle du robot portique

Question 1.4 *: à partir des hypothèses formulées,* ***donner*** *l'expression littérale du couple électromécanique C_m à fournir par le moteur en fonction de J_{Teq} et γ_P.* ***Exprimer*** *ensuite celui-ci pour les 3 zones du trapèze lors de la montée du bras vertical et présenter les résultats sous la forme du tableau figure 1.4.*

Application numérique : les données « constructeur » sont les suivantes :

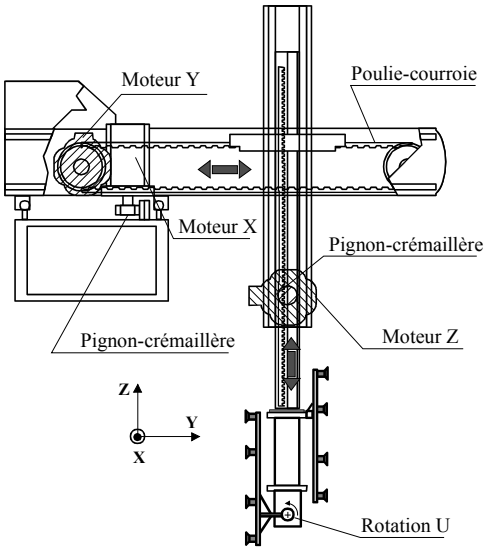


Figure 1.5 : Robot portique

Principaux composants de l'axe Z

Pignon-crémaillère : **R_p=25mm** ; module = 1,5
Inertie : **$J_p = 5.10^{-5}$ kg.m²**

Moteur : MAC071A-2000-HS INDRAMAT
(caractéristiques définies en Annexe 1)

Réducteur : SP 60 – M
Réduction : **n=4**
Inertie : **$J_r = 1,7.10^{-5}$ kg.m²**
(ramenée à l'arbre moteur)

Caractéristiques du bras Z

Masse totale du chariot mobile : M_z = 23 kg
Masse d'un insert (carton brut) : M_i = 0,1 kg
Masse d'une ardoise : M_p = 0,5 kg
Course totale utile : 1 m

Question 1.5 *: à partir du tableau des caractéristiques du moteur de l'axe Z (*Annexe 1*) et des données ci-dessus,* ***calculer*** *l'accélération maximale théorique de la pièce γ_{Pmax} dans le cas de charge le plus défavorable ;*
calculer *la vitesse maximale V_{Pmax} atteignable.*

Fichier généré pour Visiteur (), le 31/05/2021

1.4 : VALIDATION DU CYCLE PREVU PAR L'UTILISATEUR

Le robot portique est fourni en standard avec la presse d'injection. Le dimensionnement des préactionneurs et des actionneurs est donc réalisé par le constructeur avec un cahier des charges défini *a priori*. Il est donc nécessaire pour l'utilisateur de vérifier que les capacités cinématiques et dynamiques des actionneurs seront compatibles avec les cadences et les caractéristiques des pièces qui sont manipulées. **On se propose en outre de minimiser le temps nécessaire pour la réalisation des mouvements du robot.**

Pour la loi de vitesse en trapèze définie figure 1.4 :

Question 1.6 *: **exprimer**, pour la zone ⓐ du trapèze, la relation de la position Z_a en fonction de γ_P et de la durée de la phase d'accélération t_a ;*
***exprimer** la relation de la vitesse constante atteinte V_P en fonction de γ_P et de la durée de la phase d'accélération t_a. En **déduire** l'expression de Z_a en fonction de V_P et t_a.*

Lorsque la course demandée atteint une valeur trop petite, notée Z_{mini}, il n'est pas possible d'atteindre la vitesse maximale V_{Pmax} tout en respectant la loi de vitesse définie *(règle d'équirépartition non respectée)* :

Question 1.7 *: **montrer** que cette course minimale peut s'exprimer sous la forme :*

$$\boxed{Z_{mini} = \frac{2 \cdot V_{P\,max}^2}{\gamma_{P\,max}}}$$

***calculer** Z_{mini} en prenant les valeurs numériques suivantes :*

$$\boxed{\gamma_{P\,max} = 20\ \mathrm{m \cdot s^{-2}} \quad ; \quad V_{P\,max} = 2\ \mathrm{m \cdot s^{-1}}}$$

(Les grandeurs peuvent être légèrement différentes de celles calculées précédemment)

Question 1.8 *: en **déduire** les étapes du cycle du bras Z (figure 1.3) qui ne pourront pas respecter ces conditions.*

Question 1.9 *: **calculer** γ_P réelle respectant la loi de vitesse en trapèze proposée pour les étapes ① et ②. En **déduire** la valeur du couple électromécanique C_m à fournir par le moteur à l'accélération et à la décélération en prenant pour l'inertie totale équivalente la valeur numérique suivante :*

$$\boxed{J_{Teq} = 1{,}3 \cdot 10^{-3} + (2{,}2 \cdot 10^{-4} \cdot Np)}$$

Avec Np = nombre de pièces dans le préhenseur (Np = 0, 1 ou 2). Pour simplifier les calculs, le type de pièce dans le préhenseur n'a pas été distingué.

Question 1.10 *: **calculer** V_P atteinte et γ_P réelle respectant la loi de vitesse en trapèze proposée pour l'étape ⑤. En **déduire** la valeur du couple électromécanique C_m à fournir par le moteur à l'accélération et à la décélération.*

Fichier généré pour Visiteur (), le 31/05/2021

Partie 2 : modélisation mécanique du robot 1

La translation suivant X est assurée par un système de transformation de mouvement de type pignon - crémaillère. Le guidage de l'ensemble mobile X est réalisé par deux modules linéaires (figure 2.1). Chaque module est composé d'un profilé en aluminium et de deux chariots équipés de galets. Les galets de chaque module roulent sur un rail fixé sur le bâti.

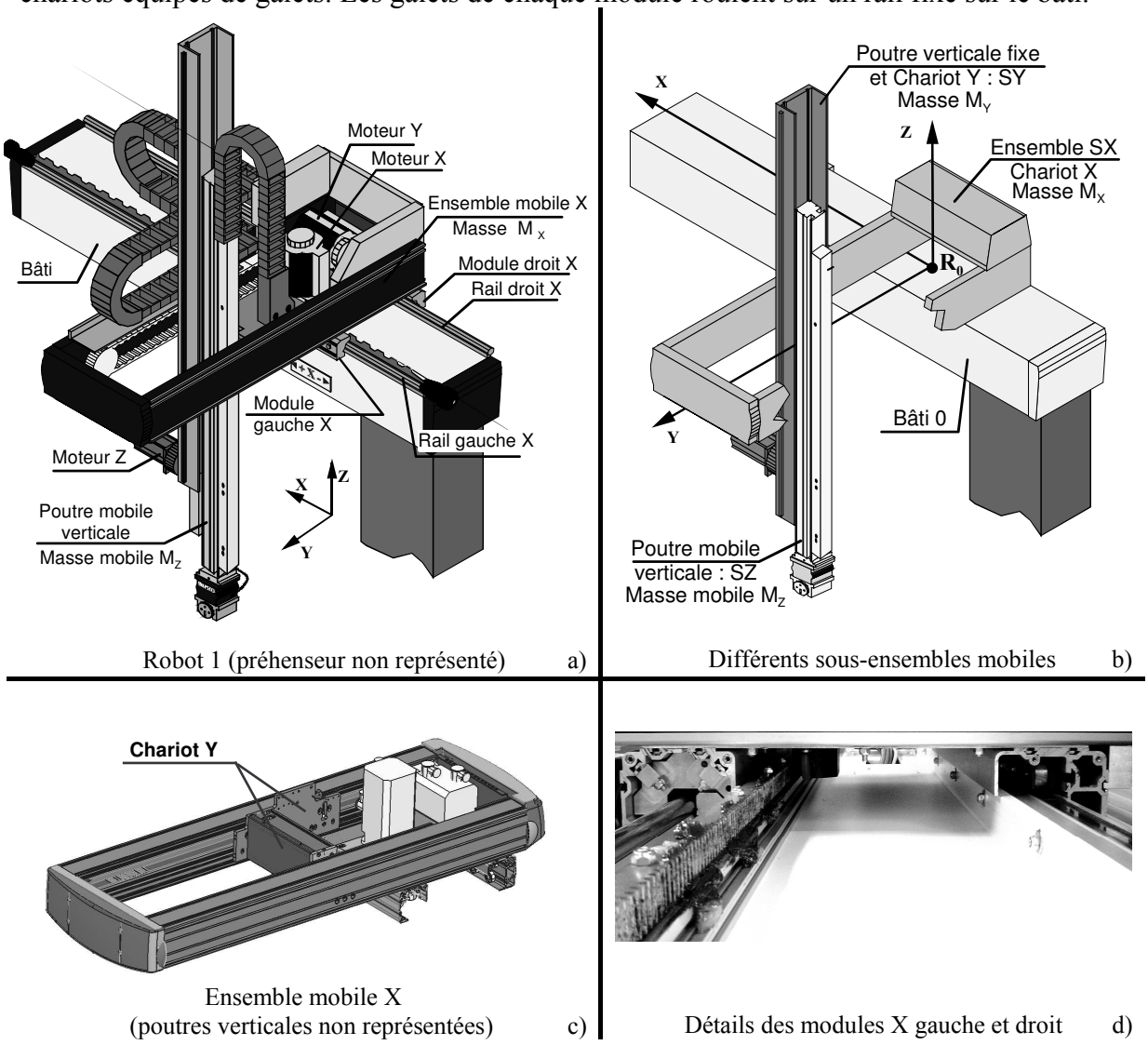
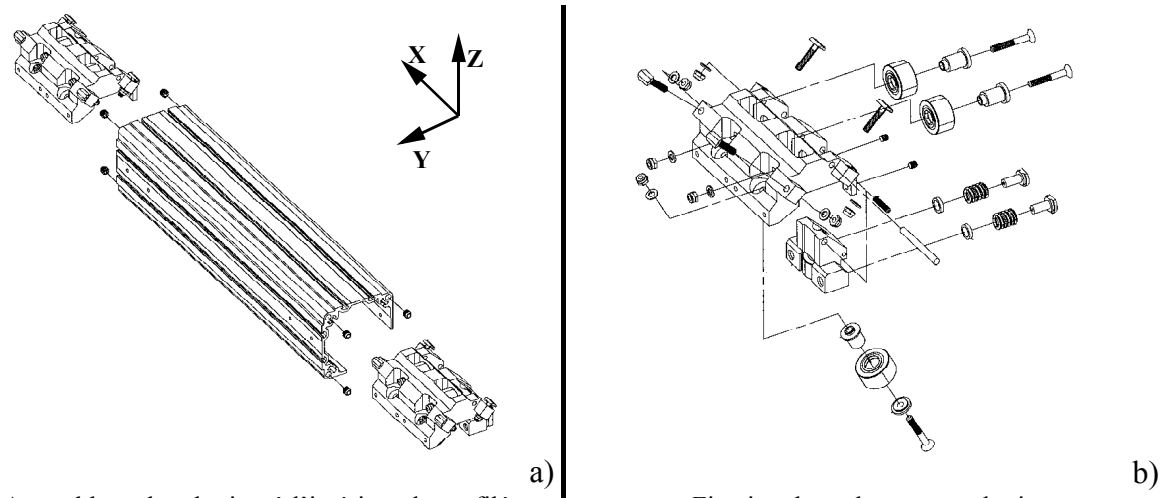


Figure 2.1 : a) Composition du robot 1 – b) Sous-ensembles mobiles
c) Ensemble X – d) Modules droit et gauche glissière X

2.1 : LIAISON EQUIVALENTE DU MODULE X GAUCHE

Le module gauche est donc composé d'un profilé aluminium à l'intérieur duquel sont fixés deux chariots porte-galets (figure 2.2). Ce module, composé du profilé et des chariots porte-galets, est mobile sur le rail de guidage fixe.

Fichier généré pour Visiteur (), le 31/05/2021



Assemblage des chariots à l'intérieur du profilé

Fixation des galets sur un chariot

Figure 2.2 : Composition du module X côté gauche

Un modèle simplifié de l'un des chariots est représenté en 2D sur la figure 2.3-b. <u>On néglige la présence du galet ⑥</u> en considérant la distance entre les galets supérieurs ⑤ et ⑥ négligeable devant la distance entre les deux chariots assemblés sur le profilé (figure 2.2-a).
Les galets repérés i ont un rayon R_{Gi} et sont en liaison pivot avec le chariot ①. Chaque galet est lié au rail cylindrique ⓪ par une liaison sphère - plan (ponctuelle) d'éléments géométriques caractéristiques :

A5, $\vec{Z}$ pour le galet ⑤ ; A4, $\vec{Y}$ pour le galet ④ ; A7, $\vec{Y_7}$ pour le galet ⑦.

Le référentiel lié au rail repère ⓪ est supposé galiléen et muni de la base $\{\vec{X},\vec{Y},\vec{Z}\}$. Le levier ③ est en liaison pivot d'axe P, $\vec{X}$ avec le chariot ① ; un ressort de raideur K_Y exerce un effort entre cette pièce et le chariot ①.

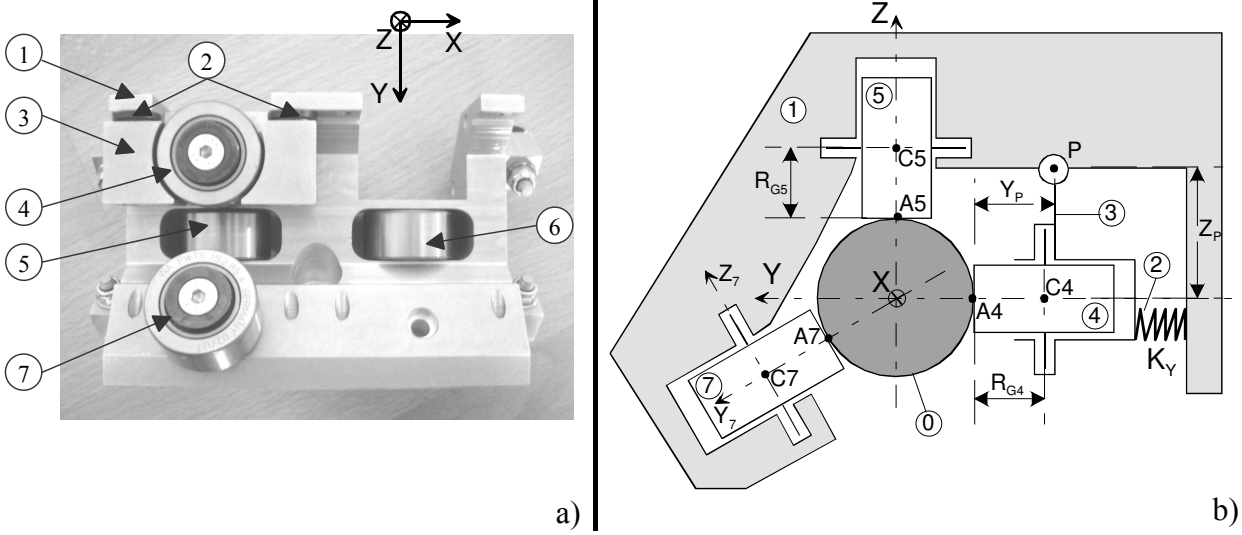


Figure 2.3 : Modélisation d'un chariot gauche

On se propose de déterminer la liaison équivalente entre le chariot gauche ①, modélisé sur la figure 2.3-b et le rail ⓪ appartenant au bâti.

Question 2.1 *: **établir** le graphe des liaisons entre les différentes pièces du chariot et le bâti repérés sur le schéma figure 2.3-b. (pièces ⓪, ①, ③, ④, ⑤, ⑦).*

Fichier généré pour Visiteur (), le 31/05/2021

Question 2.2 : *pour le sous-ensemble en série constitué du rail ⓪, du galet ⑤ et du chariot ①,* ***montrer*** *que la liaison équivalente entre le rail et le chariot est une liaison* sphère - plan (ponctuelle).
En ***déduire****, pour le sous-ensemble en série constitué du rail ⓪, du galet ⑦ et du chariot ①, la liaison équivalente entre le rail ⓪ et le chariot ①.*

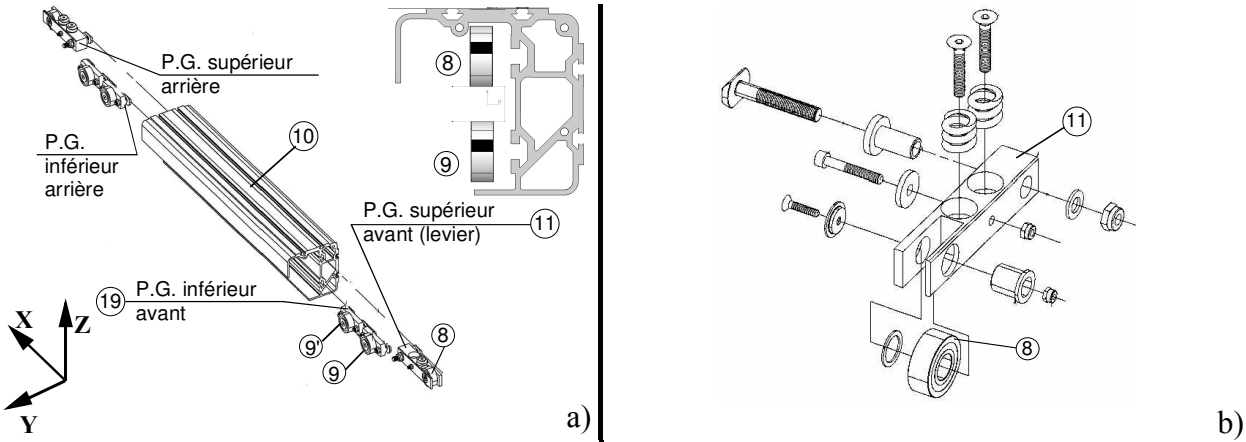
Question 2.3 : *pour le sous-ensemble en série constitué du rail ⓪, du galet ④, du levier ③ et du chariot ①, et sans tenir compte du ressort,* ***montrer*** *que la liaison équivalente entre le rail ⓪ et le chariot ① n'entre pas en compte dans la liaison globale en déterminant le torseur cinématique équivalent.*
Expliquer *ensuite le rôle de ce sous-ensemble si l'on prend en compte le ressort* K_Y.

Question 2.4 *:* ***donner*** *la liaison équivalente globale entre le chariot ① et le bâti ⓪.*

Question 2.5 *:* ***déterminer*** *alors la liaison globale réalisée par les deux chariots constituant le module X gauche de liaison glissière (figure 2.2-a).*

2.2 : LIAISON EQUIVALENTE DU MODULE X DROIT

Le module droit est également composé d'un profilé aluminium à l'intérieur duquel sont fixés quatre porte-galets (P.G.) moins massifs (figure 2.4). De la même façon, ces galets roulent sur un rail fixe, mais de section rectangulaire (figure 2.1). Les porte-galets sont directement fixés au profilé : nous désignerons « chariot » l'ensemble constitué d'un porte-galet supérieur ⑪+⑧, d'un porte-galets inférieur ⑨+⑨'+⑲ et d'une partie du profilé ⑩.



Assemblage des porte-galets à l'intérieur du profilé — Fixation du galet ⑧ sur le levier ⑪

Figure 2.4 : Composition du module X côté droit

Un modèle simplifié du chariot avant est représenté en 2D sur la figure 2.5. <u>On néglige la présence du galet ⑨'</u> en considérant la distance entre les galets inférieurs ⑨ et ⑨' négligeable devant la distance entre les deux P.G. inférieurs avant et arrière ⑲ (figure 2.4 -a).
Le galet ⑧, de rayon R_{G8}, est en liaison pivot C8, $\vec{Y}$ avec le levier ⑪. Le levier ⑪ est en liaison pivot d'axe P11, $\vec{X}$ avec le profilé ⑩. Un ressort de raideur K_Z exerce un effort entre cette pièce et le levier. Le galet ⑨, de rayon R_{G9}, est en liaison pivot C9, $\vec{Y}$ avec le profilé ⑩ (liaison encastrement entre ⑲ et ⑩).
Chaque galet, de profil bombé, est lié au rail rectangulaire ⓪ par une liaison **assimilée** à une sphère - plan (ponctuelle) d'éléments géométriques caractéristiques :

A8, $\vec{Z}$ pour le galet ⑧ ; A9, $\vec{Z}$ pour le galet ⑨.

Fichier généré pour Visiteur (), le 31/05/2021

Le référentiel lié au rail ⓪ est supposé galiléen et muni de la base $\{\vec{X},\vec{Y},\vec{Z}\}$.

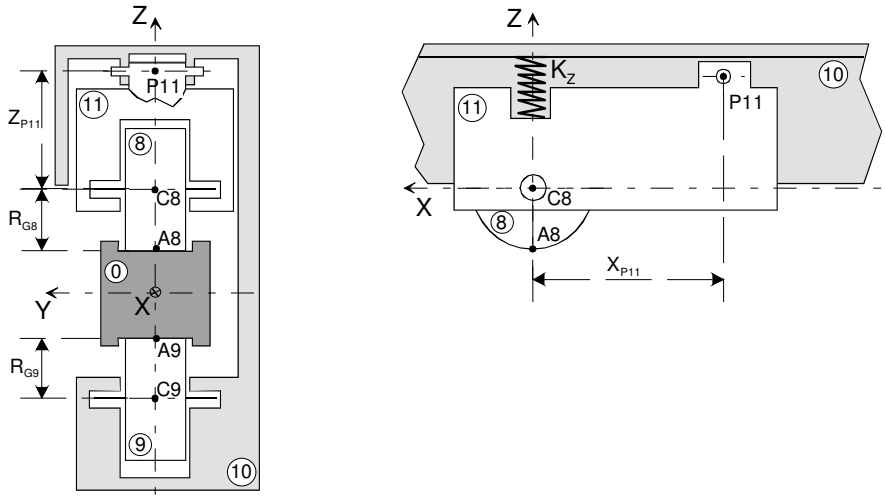


Figure 2.5 : Modélisation d'un chariot droit

On se propose de déterminer la liaison équivalente entre le module droit r⑩ modélisé figure 2.5 et le rail ⓪ appartenant au bâti.

Question 2.7 *: **établir** le graphe des liaisons entre les différentes pièces du chariot et le bâti repérés sur le schéma figure 2.5 (pièces ⓪, ⑧, ⑨, ⑩, ⑪).*

Question 2.8 *: en **déduire** la liaison équivalente globale entre le demi chariot avant ⑩ et le bâti ⓪.*

Question 2.9 *: **déterminer** alors la liaison globale réalisée par les chariots avant et arrière constituant le module X droit de la liaison glissière (figure 2.4-a).*

2.3 : LIAISON EQUIVALENTE COMPLETE DE LA GLISSIERE X

Question 2.10 *: **montrer** que la liaison globale constituée du module X gauche et du module X droit (c'est-à-dire la liaison entre le sous-ensemble* SX *par rapport au bâti ⓪) est une liaison glissière de direction* $\vec{X}$. ***Déterminer** le degré d'hyperstatisme de celle-ci.*

2.4 : COMPORTEMENT STATIQUE DE LA LIAISON GLISSIERE X

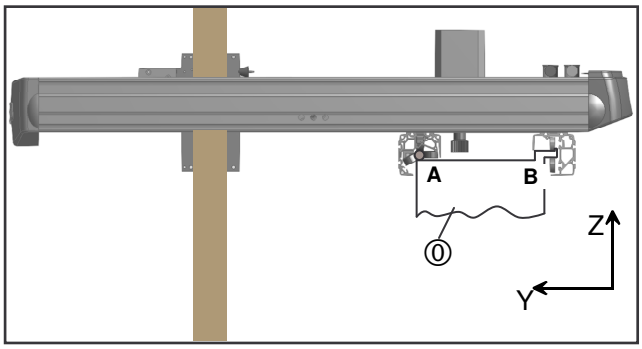
On se propose de déterminer les réactions aux appuis pour la liaison glissière équivalente. L'objectif est de définir le sens des efforts et donc de vérifier les conditions de fonctionnement des porte-galets articulés associés aux ressorts de raideur K_X et K_Y.
Soit l'ensemble **S**, composé des sous-ensembles SX, SY et SZ (figure 2.1-b), représentant l'ensemble mobile X. Pour la suite de cette partie, le modèle retenu sera défini comme suit :

- la liaison glissière d'axe $\vec{X}$ équivalente entre les rails (bâti ⓪) et l'ensemble isolé est constituée d'une liaison pivot glissant A, $\vec{X}$ et d'une liaison ponctuelle B, $\vec{Z}$;
- le centre d'inertie de l'ensemble mobile SX est défini en G_X, considéré comme fixe quelles que soient les positions en Y et Z du robot portique ;
- le centre d'inertie de l'ensemble mobile SY + SZ est défini en G_{YZ} ;
- le référentiel lié au rail ⓪ est supposé galiléen et muni de la base $\mathcal{B} = \{\vec{X},\vec{Y},\vec{Z}\}$;
- l'accélération de la pesanteur est $\vec{g} = -g \cdot \vec{Z}$.

Fichier généré pour Visiteur (), le 31/05/2021

Valeurs numériques

M_X = 230 kg
$M_Y + M_Z = M_{YZ}$ = 120 kg
E = 0,5 m
a = 0,2 m
CY = 0,5 m
CZ = 0,2 m



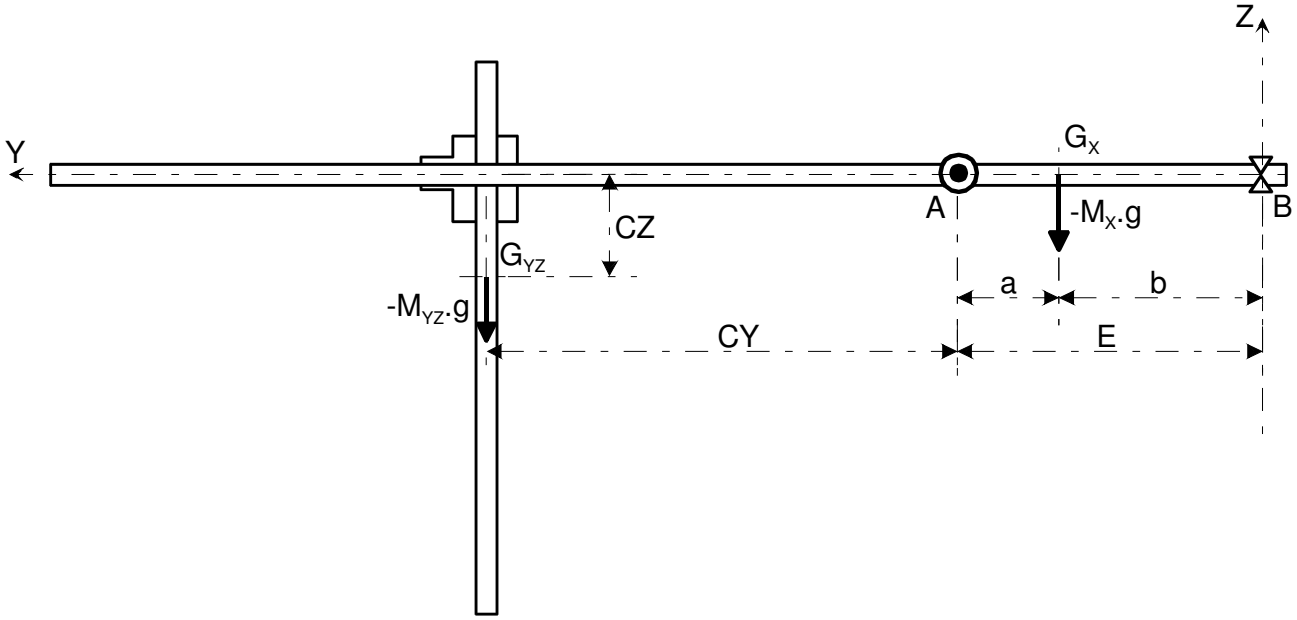


Figure 2.6: Configuration retenue pour l'étude statique - Ensemble isolé **S**

Les torseurs des actions mécaniques exercées par le rail ⓪ sur **S** sont exprimés sous la forme suivante :

$$\{T_{A(0\to S)}\} = \begin{Bmatrix} X_A & L_A \\ Y_A & M_A \\ Z_A & N_A \end{Bmatrix}_{A,\mathcal{B}} \quad ; \quad \{T_{B(0\to S)}\} = \begin{Bmatrix} X_B & L_B \\ Y_B & M_B \\ Z_B & N_B \end{Bmatrix}_{B,\mathcal{B}}$$

Question 2.11 *: **exprimer** les torseurs des différentes actions mécaniques qui s'exercent sur* S. ***Déterminer** les actions mécaniques qu'exerce le rail* ⓪ sur **S**.

Question 2.12 *: **déduire** le sens de l'effort de réaction pour la liaison ponctuelle* B, $\vec{Z}$ *et montrer qu'il dépend des paramètres* a *et* CY. ***Donner** la condition nécessaire pour que l'appui ait lieu sur le galet fixe* ⑨ *en* B *(figure 2.4-a).*

Application numérique

Question 2.13 *: **calculer** les différentes valeurs des composantes de la réaction en* B *et justifier les dispositions constructives du module de guidage défini sur la figure 2.5.*

Fichier généré pour Visiteur (), le 31/05/2021

2.5 : COMPORTEMENT DYNAMIQUE DE LA LIAISON GLISSIERE X

La liaison glissière X est soumise, en plus des actions de la pesanteur, aux effets d'inerties des mobiles dans les directions $\vec{X}$, $\vec{Y}$ et $\vec{Z}$. On cherche à garantir à chaque instant un contact des galets de la liaison glissière X sur leur rail.
Le modèle retenu pour cette étude est le même que précédemment (figure 2.6). L'axe X est immobile, on se propose d'étudier l'influence sur la réaction aux appuis en A et B d'une accélération du sous-ensemble mobile SY+SZ dans la direction $\vec{Y}$ puis du sous-ensemble mobile SZ dans la direction $\vec{Z}$ et enfin d'une combinaison des deux mouvements. Dans chaque cas, on se place à l'instant de démarrage ou d'arrêt du ou des mobiles afin de conserver les paramètres de position des différents éléments.

2.5.1. Accélération suivant $\vec{Y}$

Le sous-ensemble mobile SY+SZ, de masse M_{YZ}, est soumis à une accélération ou une décélération dans la direction $\vec{Y}$: γ_Y. Le torseur dynamique de l'ensemble mobile SY+SZ dans son mouvement par rapport au référentiel galiléen est le suivant :

$$\{D_{(SY+SZ/0)}\} = \begin{Bmatrix} 0 & 0 \\ \gamma_Y \cdot M_{YZ} & 0 \\ 0 & 0 \end{Bmatrix}_{G_{YZ},\mathcal{B}}$$

Question 2.14 *: en appliquant le Principe Fondamental de la Dynamique,* ***déterminer*** *les nouvelles réactions aux appuis* A *et* B *du rail ® sur l'ensemble* **S**.

Question 2.15 *:* ***déduire*** *le sens des efforts de réaction pour les liaisons en* A *et* B *en fonction du signe de l'accélération* γ_Y. *Indiquer pour quel cas les ressorts* K_Y *et* K_Z *risquent d'être sollicités.*

2.5.2 Accélération suivant $\vec{Z}$

Le sous-ensemble mobile SZ, de masse M_Z, est soumis à une accélération ou une décélération dans la direction $\vec{Z}$: γ_Z. Le torseur dynamique de l'ensemble mobile SZ dans son mouvement par rapport au référentiel galiléen est le suivant :

$$\{D_{(SZ/0)}\} = \begin{Bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ \gamma_Z \cdot M_Z & 0 \end{Bmatrix}_{G_{YZ},\mathcal{B}}$$

Question 2.16 *: en appliquant le Principe Fondamental de la Dynamique,* ***déterminer*** *les nouvelles réactions aux appuis* A *et* B *du rail ® sur l'ensemble* **S**.

Question 2.17 *:* ***déduire*** *le sens des efforts de réaction pour les liaisons en* A *et* B *en fonction du signe de l'accélération* γ_Z. *Indiquer pour quel cas les ressorts* K_Y *et* K_Z *risquent d'être sollicités.*

Fichier généré pour Visiteur (), le 31/05/2021

2.5.3 Accélération combinée suivant $\vec{Y}$ et $\vec{Z}$

Le sous-ensemble mobile SY est soumis à une accélération ou une décélération dans la direction $\vec{Y}$: γ_Y et, simultanément, le sous-ensemble mobile SZ est soumis à une accélération ou une décélération dans les directions $\vec{Y}$: γ_Y et $\vec{Z}$: γ_Z. Le torseur dynamique des ensembles mobiles dans leur mouvement par rapport au référentiel galiléen est le suivant :

$$\{D_{(SY+SZ/0)}\} = \begin{Bmatrix} 0 & 0 \\ \gamma_Y \cdot M_{YZ} & 0 \\ \gamma_Z \cdot M_Z & 0 \end{Bmatrix}_{G_{YZ},\mathcal{B}}$$

Question 2.18 *: en vous appuyant sur les réponses précédentes,* ***déterminer*** *les nouvelles réactions du rail ⓪ sur l'ensemble* **S** *aux appuis* A *et* B.

Question 2.19 *: la référence étant la situation « statique » établie à la question Q2.12,* ***établir*** *un tableau de synthèse d'évolution des efforts de réaction aux appuis* A *et* B *en fonction du sens des accélérations sous la forme suivante :*

	$\gamma_Y > 0$ 0	0 $\gamma_Z > 0$	$\gamma_Y < 0$ 0	0 $\gamma_Z < 0$	Cas extrême combinaison	Ressort sollicité
Y_A	$Y_A > Y_{AS}$					
Z_A	$Z_A < Z_{AS}$					
Z_B	$Z_B > Z_{BS}$					

Avec : Y_{AS}, Z_{AS}, Z_{BS} les valeurs de réaction aux appuis déterminées en statique.

<u>Valeurs numériques</u>

$M_X = 230$ kg	$E = 0{,}5$ m
$M_{YZ} = 120$ kg	$a = 0{,}2$ m
$M_Z = 25$ kg	$CY = 0{,}5$ m
$\gamma_Y = \pm 5\ m \cdot s^{-2}$	$CZ = 0{,}5$ m
$\gamma_Z = \pm 20\ m \cdot s^{-2}$	

<u>Application numérique</u>

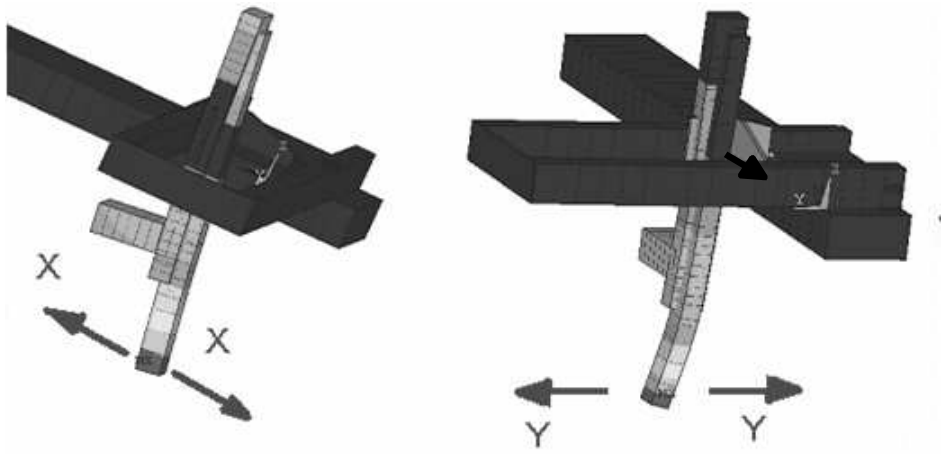
Question 2.20 *:* ***calculer*** *les réactions aux appuis dans les cas extrêmes en utilisant les données numériques du tableau ci-dessus. En déduire les valeurs des efforts de précontrainte à donner aux ressorts* K_Y *et* K_Z *si l'on veut garantir un effort de contact minimum de 400 N sur chaque galet tout au long du fonctionnement.*

Fichier généré pour Visiteur (), le 31/05/2021

Partie 3 : comportement dynamique de l'axe Y

Dans cette partie, nous nous intéressons au comportement dynamique du bras Z du robot 1 en mouvement suivant la direction $\vec{Y}$ (figure 1.5). Le cycle critique pour ce robot se situe au moment du déchargement de la presse : la dynamique doit donc être suffisamment élevée pour minimiser le temps d'ouverture du moule. Dans ce cas, on ne peut plus négliger les déformations des éléments constituants le bras Z. Une modélisation numérique (éléments finis) du robot cartésien 3 axes a été réalisée. Les analyses ont montré que les premiers modes de flexion du bras Z suivant les directions $\vec{X}$ et $\vec{Y}$ étaient dominants sur la réponse vibratoire de la charge (figure 3.1).

Pour les deux axes concernés, le modèle générique de commande doit donc tenir compte de la souplesse liée à cette flexion pure. Dans le cadre de ce sujet, il a été choisi de ne prendre en compte que le premier mode de déformation de la structure du robot 1 suivant la direction $\vec{Y}$.



1re déformée suivant la direction X 1re déformée suivant la direction Y

Figure 3.1 : Modèle numérique du robot cartésien (déformées suivant les directions $\vec{X}$ et $\vec{Y}$).

Hypothèses :

- on considère que la chaîne de transmission du mouvement de translation du chariot mobile suivant la direction $\vec{Y}$ est rigide ;
- la flexibilité de la poutre verticale Z suivant la direction $\vec{Y}$ est prise en compte ;
- les amortissements sont limités aux frottements visqueux ramenés à l'arbre moteur et aux amortissements internes du mode de flexion considéré ;
- les liaisons sont considérées parfaites et les frottements secs sont négligés ;
- la masse de la courroie est négligeable devant les autres masses en mouvement.

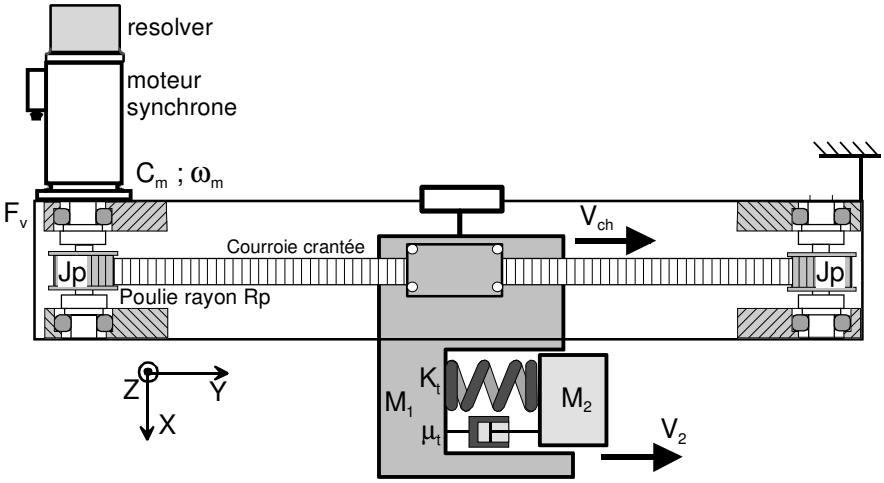
Remarques préalables :

- la variable complexe de Laplace est noté « s » de sorte que F(s) désigne la transformée ou fonction image de la fonction originale f(t).
- U(t) désigne l'échelon unité tel que U(t) = 1 pour $t \geq 0$, U(t) = 0 pour $t < 0$.

Fichier généré pour Visiteur (), le 31/05/2021

Cette chaîne de positionnement mono-axe est présentée à la figure 3.2. Elle est constituée d'un moteur tournant associé à un système de transformation de mouvement de type poulies-courroie crantées qui transmet la puissance mécanique au chariot Y qui supporte la poutre verticale Z. Cette poutre verticale est constituée d'une partie fixe liée au chariot Y, et d'une partie mobile en translation par rapport à la direction $\vec{Z}$ sur laquelle est fixé le préhenseur.

Les effets de la flexion du bras Z suivant la direction $\vec{Y}$, sont modélisés en considérant M_1 et M_2 les **masses équivalentes** associées respectivement aux parties rigides et aux parties flexibles.



Notations :

C_m : couple électromécanique moteur

ω_m : vitesse angulaire de l'arbre moteur

V_{ch} : vitesse linéaire du chariot Y suivant l'axe $\vec{Y}$

V_2 : vitesse linéaire des parties flexibles suivant l'axe $\vec{Y}$

Figure 3.2 : Schéma de principe de la chaîne de positionnement – constitution de l'axe Y.

Notations complémentaires et données numériques :

- masse équivalente associée aux parties rigides : $M_1 = 136$ kg
- masse équivalente associée aux parties flexibles : $M_2 = 46$ kg
- moment d'inertie de l'arbre moteur : $J_m = 5{,}4.10^{-4}$ kg.m^2
- moment d'inertie d'une poulie : $J_p = 6.10^{-5}$ kg.m^2
- rayon primitif d'une poulie crantée : $R_p = 20$ mm
- frottements visqueux ramenés à l'arbre moteur : $f_v = 0{,}0171$ Nm/rad.s^{-1}
- raideur équivalente (1er mode de flexion de la poutre Z) : $K_t = 124000$ N/m
- amortissement interne du mode de flexion considéré : $\mu_t = 64{,}1$ N/m.s^{-1}

C_{Fv} : couple associé aux frottements visqueux f_v

F_{Kt} : force résultante associée à la raideur équivalente K_t suivant la direction $\vec{Y}$

$F_{\mu t}$: force résultante associée à l'amortissement interne μ_t suivant la direction $\vec{Y}$

F_2 : force totalisée appliquée aux parties flexibles suivant la direction $\vec{Y}$ telle que $F_2 = F_{Kt} + F_{\mu t}$

Vu du moteur d'entraînement, la chaîne de positionnement met en évidence **trois éléments accumulateurs** d'énergie :

- une ***inertie équivalente*** ramenée à l'arbre moteur J_{1eq} correspondant aux parties rigides ;
- une ***raideur équivalente*** K_t correspondant au premier mode de flexion de la poutre Z ;
- une ***masse équivalente*** M_2 associée aux parties flexibles.

ainsi que **deux éléments dissipatifs** :

- les ***frottements visqueux*** de constante de couple f_v ramenés à l'arbre moteur ;
- l'***amortissement interne*** μ_t du mode de flexion considéré.

Fichier généré pour Visiteur (), le 31/05/2021

3.1 : MODÉLISATION DU COMPORTEMENT DYNAMIQUE DE L'AXE Y

Les objectifs de cette partie sont d'une part, d'établir la **fonction de transfert** mécanique du processus modélisé et d'autre part, d'en étudier son comportement temporel et fréquentiel. Pour cela, dans un premier temps, nous allons analyser la **représentation causale** du processus, afin de déterminer le schéma fonctionnel de la Partie Opérative de l'axe Y.

Le modèle à constante localisée peut alors être représenté soit par le ***Graphe Informationnel Causal*** (GIC) de la figure 3.3, soit par le ***Bond Graph*** (BG) de la figure 3.4.

<u>Le candidat a le choix d'utiliser l'une ou l'autre des représentations causales suivantes :</u>

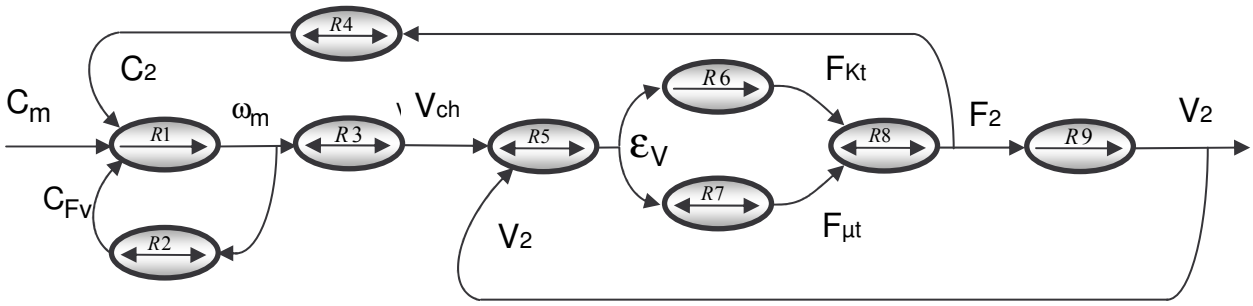


Figure 3.3 : Modèle GIC retenu pour l'axe Y du robot.

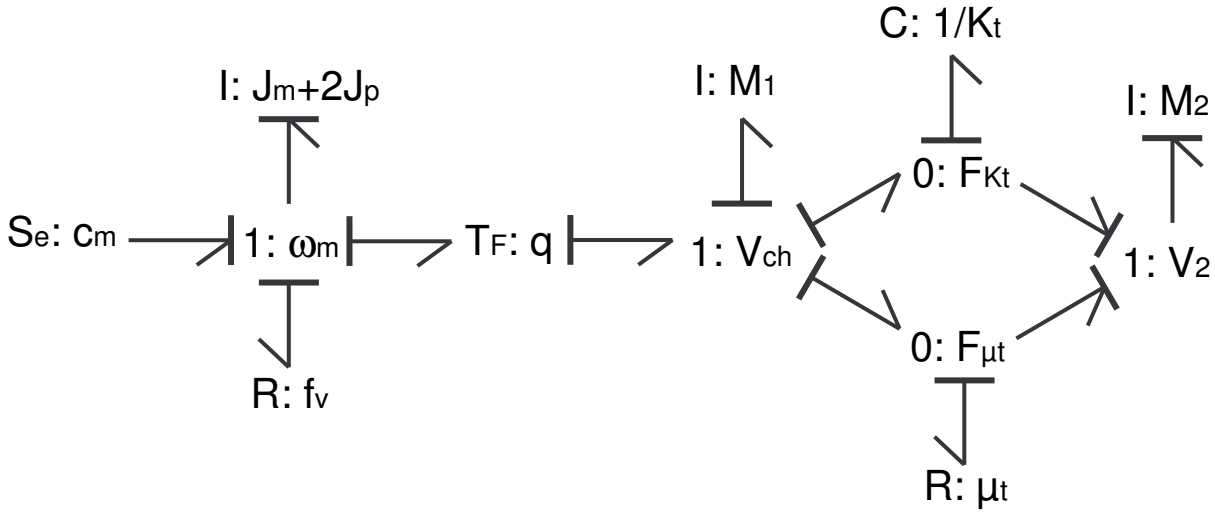


Figure 3.4 : Modèle Bond Graph retenu pour l'axe Y du robot.

Question 3.1 : ***établir*** *l'expression littérale du moment d'inertie équivalent* J_{1eq} *ramené à l'arbre moteur des parties rigides. Effectuer l'****application numérique****.*

Question 3.2 : *à partir de la représentation causale de votre choix et des hypothèses précédentes,* ***repérer*** *et* ***établir*** *les relations qui régissent le fonctionnement des éléments accumulateurs d'énergie. Pour chaque cas,* ***indiquer*** *s'il s'agit d'accumulation d'énergie potentielle ou cinétique.*

Fichier généré pour Visiteur (), le 31/05/2021

Question 3.3 : *de la même manière,* ***repérer*** *et* ***établir*** *les relations qui caractérisent les éléments dissipatifs.*

La figure 3.5 présente le schéma-bloc fonctionnel correspondant au modèle discret retenu pour cette étude. Nous pouvons établir la fonction de transfert mécanique représentant la relation Entrée (C_m) / Sortie (V_2) de la chaîne de transmission de mouvement.

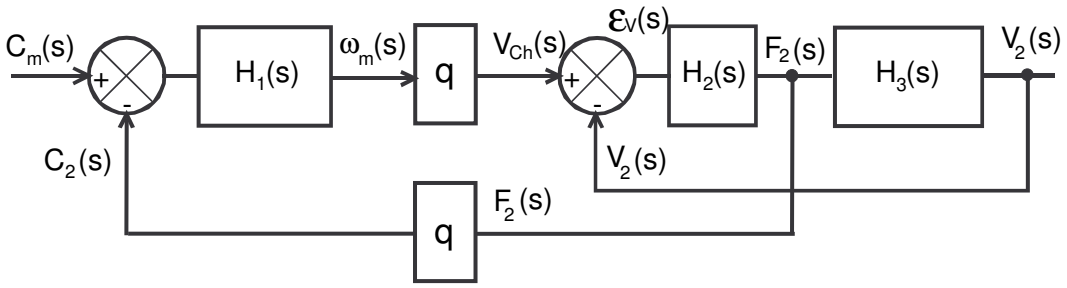


Figure 3.5 : Schéma-bloc fonctionnel du processus mécanique.

Question 3.4 : *à partir des relations établies précédemment,* ***donner*** *les expressions littérales des fonctions de transfert* $H_1(s)$, $H_2(s)$ *et* $H_3(s)$ *ainsi que celle du gain* q *en fonction des paramètres de la chaîne cinématique.*

Question 3.5 : *dans ces conditions,* ***exprimer*** *les fonctions de transfert* $H_A(s) = V_2(s) / C_m(s)$ *et* $H_B(s) = V_{ch}(s) / C_m(s)$ *en fonction de* q, $H_1(s)$, $H_2(s)$ *et* $H_3(s)$. *En* ***déduire*** *la fonction de transfert* $H_C(s) = V_2(s) / V_{ch}(s)$.

Question 3.6 : ***écrire*** *les fonctions de transfert* $H_B(s)$ *et* $H_C(s)$ *sous les formes canoniques suivantes :*

$$H_B(s) = \frac{k_m\left(1 + c_1 s + c_2 s^2\right)}{1 + a_1 s + a_2 s^2 + a_3 s^3} \quad \text{et} \quad H_C(s) = \frac{1 + c_1 s}{1 + c_1 s + c_2 s^2}$$

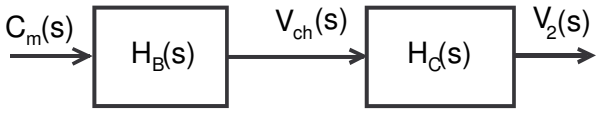


Figure 3.6 : Schéma-bloc simplifié du processus mécanique.

- ***exprimer*** *de manière littérale les coefficients :* k_m, a_1, a_2, a_3, c_1 *et* c_2 *en fonction des paramètres de la chaîne cinématique ;*
- *en* ***déduire*** *les expressions littérales du facteur d'amortissement* ζ_c *et de la pulsation naturelle* ω_c *ainsi que celle de la fréquence de résonance* f_{0c} ;
- ***indiquer*** *quels sont les coefficients qui sont indépendants de l'amortissement interne du mode de flexion* μ_t.

Fichier généré pour Visiteur (), le 31/05/2021

→ Dans la suite du problème, nous prenons l'hypothèse que le système étudié peut être modélisé par un **mode dominant du premier ordre** (constante de temps T_1), et un **mode oscillant amorti**. Dans ces conditions, la fonction de transfert $H_A(s)$ peut se factoriser sous la forme suivante :

$$H_A(s) = \frac{k_m(1+c_1 s)}{(1+T_1 s)(1+As+Bs^2)} \quad \text{avec} \quad H_C(s) = \frac{1+c_1 s}{1+c_1 s + c_2 s^2}$$

Question 3.7 : ***montrer*** *que si* $A << T_1$ *, on peut considérer que la constante de temps* T_1 *vaut :*

$$T_1 = \frac{J_{Teq}}{f_v} + \frac{\mu_t}{K_t} \quad \text{avec} \quad J_{Teq} = J_{1eq} + q^2 M_2$$

Question 3.8 : *en procédant par identification,* ***exprimer de manière littérale****, les coefficients* A *et* B. *En* ***déduire*** *les expressions du facteur d'amortissement* ζ_a *et de la pulsation naturelle* ω_a *ainsi que celle de la fréquence de résonance* f_{0a} *correspondants à ce mode oscillant amorti.*

Question 3.9 : *à partir des données numériques, et en considérant que* J_{1eq} = 0,055 Kg.m², ***calculer*** *:*

- *la valeur du gain statique* $H_A(0) = k_m$*, exprimer sa valeur en dB ;*
- *les coefficients :* c_1, c_2, T_1, A *et* B *;*
- *les facteurs d'amortissements* ζ_a *et* ζ_c *ainsi que les pulsations naturelles* ω_a *et* ω_c *;*
- *les fréquences de résonances* f_{0a} *et* f_{0c} *;*
- ***conclure*** *quant à l'hypothèse de départ sur* T_1.

Question 3.10 : *que deviennent ces* ***valeurs numériques*** *si on néglige* μ_t *?* ***Conclure****.*

→ Dans la suite du problème, on **néglige l'amortissement interne** du mode de flexion μ_t, ainsi que les facteurs d'amortissements ζ_a et ζ_c. Dans ces conditions, les fonctions de transfert $H_B(s)$ et $H_C(s)$ valent respectivement :

$$H_B(s) = \frac{V_{ch}(s)}{C_m(s)} = \frac{k_m}{1+T_1 s} \cdot \frac{1+(s/\omega_c)^2}{1+(s/\omega_a)^2} \quad \textit{et} \quad H_C(s) = \frac{V_2(s)}{V_{ch}(s)} = \frac{1}{1+(s/\omega_c)^2}$$

Les valeurs numériques ci-dessous sont choisies pour la suite de l'étude. Elles ne correspondent pas exactement aux valeurs calculées précédemment.

ω_a = 60 rad/s ; ω_c = 50 rad/s ; T_1 = 4 s ; k_m = 1,2 rad.s^{-1}/N

Question 3.11 : *sur le document réponse* DR2 *fourni,* ***construire*** *avec le plus grand soin, les diagrammes de BODE des fonctions de transfert complexes* $H_A(j\omega)$ *et* $H_B(j\omega)$.

- ***tracer*** *les diagrammes asymptotiques en* ***précisant*** *les pentes et les valeurs caractéristiques, ainsi que les allures réelles des diagrammes d'amplitude et de phase*
- ***déterminer*** *les marges de stabilité* ΔG_{dB} *et* $\Delta\varphi$*, et* ***discuter*** *les valeurs trouvées ;*
- ***conclure*** *sur la stabilité en boucle fermée avec retour unitaire de l'ensemble (lorsque la commande asservie sera appliquée au processus mécanique).*

Fichier généré pour Visiteur (), le 31/05/2021

3.2 : COMMANDE EN VITESSE DE L'AXE Y

Le mouvement de chaque axe est assuré par un « *moto-variateur synchrone autopiloté* ». Cette technologie présente l'avantage d'être robuste et fiable dans le temps. Les moteurs sont capables de développer un couple constant sur une large plage de vitesse de rotation grâce à un contrôle des courants et du flux dans la machine, appelé couramment « *commande vectorielle de flux* ». Ce réglage est possible par l'emploi d'un convertisseur statique travaillant en modulation de largeur d'impulsion à partir d'une fréquence pilote (onduleur MLI).

L'ensemble moteur - onduleur qui permet le déplacement du bras Z suivant la direction $\vec{Y}$ se présente selon le schéma de principe de la figure 3.7.

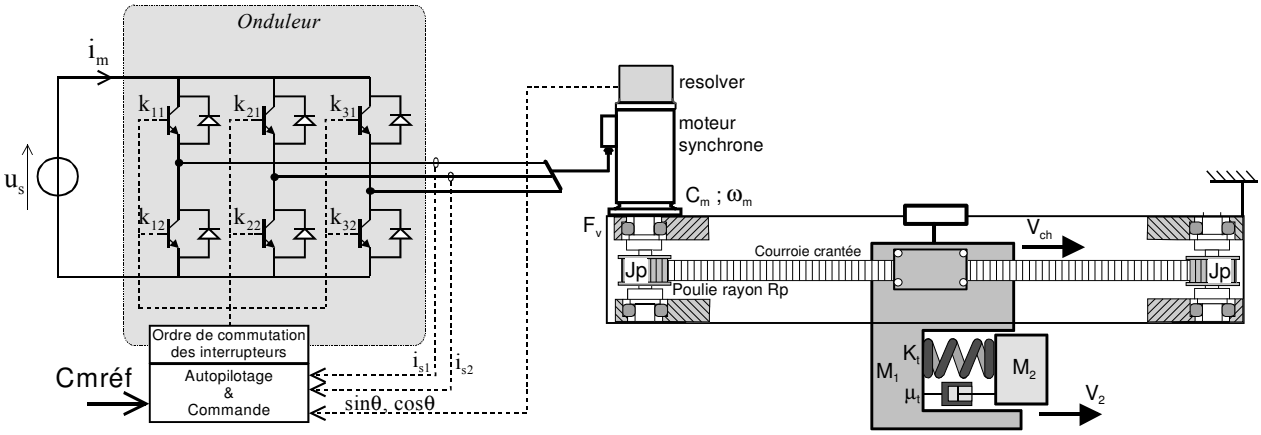


Figure 3.7 : Schéma de principe d'un ensemble :

Commande Vectorielle - Onduleur - Moteur Synchrone – processus mécanique équivalent.

Le capteur de position angulaire est un « *resolver intégré* » au moteur électrique. Il délivre deux signaux, respectivement proportionnels au sinus et au cosinus de l'angle du rotor du moteur θ. Un « *démodulateur-convertisseur* » élabore un signal numérique sur 16 bits représentant la position de l'angle moteur par rapport à une référence absolue. C'est à partir de cette mesure qu'est recalculée la vitesse linéaire du chariot V_{ch}.

Le variateur de vitesse élabore un signal de référence $C_{mréf}$ (ou consigne de couple). A partir de la position du rotor et des courants statoriques, le moteur fournit un couple C_m, par l'intermédiaire de sa commande vectorielle de flux.

La figure 3.8 présente le schéma-bloc de la boucle de vitesse obtenue à partir d'une information vitesse provenant de l'arbre moteur.

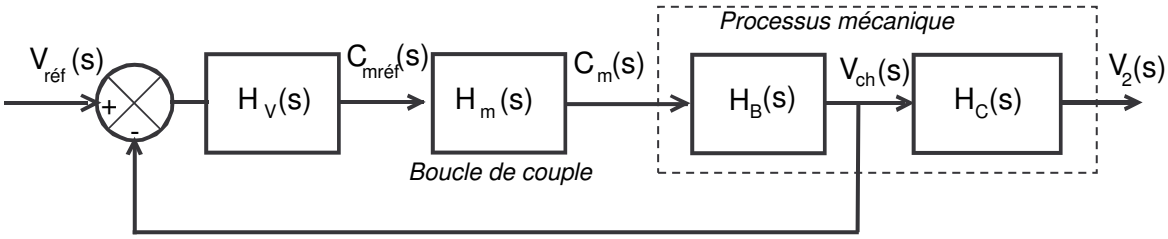


Figure 3.8 : Schéma-bloc simplifié de la boucle de vitesse.

Fichier généré pour Visiteur (), le 31/05/2021

→ Dans la suite du problème, on s'intéresse uniquement à la **commande en vitesse de l'axe Y**.

Dans un premier temps, on considère que le modèle de représentation de la boucle de couple, considérée linéaire dans le sujet, aura comme fonction de transfert $H_m(s) = C_m(s) / C_{mréf}(s)$:

$$\boxed{H_m(s) = \frac{C_m(s)}{C_{mréf}(s)} = \frac{1}{1+T_m s}}$$

Hypothèses :

- on considère que la constante de temps T_m qui caractérise la boucle de couple, est très petite devant la constante de temps naturelle du processus mécanique ;
- le calcul de la vitesse linéaire de translation suivant Y du chariot est parfaitement réalisée à partir de la mesure de la position θ du moteur ;
- on néglige l'amortissement interne du mode de flexion μ_t.

On rappelle que dans ces conditions, les fonctions de transfert $H_B(s)$ et $H_C(s)$ valent respectivement :

$$H_B(s) = \frac{V_{ch}(s)}{C_m(s)} = \frac{k_m}{1+T_1 s} \cdot \frac{1+(s/\omega_c)^2}{1+(s/\omega_a)^2} \quad \text{et} \quad H_C(s) = \frac{V_2(s)}{V_{ch}(s)} = \frac{1}{1+(s/\omega_c)^2}$$

Données numériques :

Les valeurs ci-dessous sont choisies pour étudier la boucle de commande en vitesse. Elles ne correspondent pas exactement aux valeurs calculées précédemment.

$\omega_a = 60$ rad/s ; $\omega_c = 50$ rad/s ; $T_1 = 4$ s ; $T_m = 0{,}01$ s ; $k_m = 1{,}2$ rad.s^{-1}/N

Question 3.12 : *à partir des hypothèses précédentes, et des données numériques ci-dessus,* ***déterminer*** *le mode dominant du système, et* ***montrer*** *que la dynamique de la boucle de couple* $H_m(s)$ *peut être négligée.*

→ Dans la suite du problème, on **néglige la constante de temps de la boucle de couple** T_m, et on choisit un correcteur de vitesse à actions proportionnelle et intégrale, ayant pour fonction de transfert :

$$\boxed{H_V(s) = K_p + \frac{K_i}{s}}$$

Dans ces conditions, la boucle de couple peut être modélisée par un **gain unitaire** $H_m(s) = 1$.

Question 3.13 : ***exprimer*** *la fonction de transfert du correcteur de vitesse* $H_V(s)$ *sous une forme faisant apparaître les « pôles » et « zéros ». En* ***déduire*** *l'expression littérale de la constante de temps intégrale* T_i *qui caractérise ce correcteur en fonction des paramètres de réglage* K_p *et* K_i.

Fichier généré pour Visiteur (), le 31/05/2021

→ Dans la suite du problème, on choisit de régler la constante de temps intégrale T_i du correcteur de vitesse égale à celle de T_1 : **compensation du pôle dominant par un zéro** ($T_i = T_1$)

Question 3.14 : justifier *ce choix pour le réglage du correcteur.*

Question 3.15 : exprimer *la fonction de transfert en boucle fermée* $H_{BF1}(s) = V_{ch}(s) / V_{réf}(s)$ *en fonction de* K_i, k_m, ω_a, ω_c *et* T_1. *En* ***déduire*** *l'expression littérale de la fonction de transfert* $H_{BF2}(s) = V_2(s) / V_{réf}(s)$.

Question 3.16 : écrire *ces fonctions de transfert sous formes canoniques, en mettant en évidence le Polynôme caractéristique du système bouclé.*

Question 3.17 : analyser *la stabilité de la boucle de vitesse en fonction de la valeur du gain* K_i *(vous utiliserez la méthode de votre choix). Que peut-on* ***conclure*** *sur la valeur du gain critique* K_{ic} *?*

→ Les exemples de réponses indicielles présentés ci-dessous, correspondent à une commande en vitesse, avec **compensation du mode dominant** ($T_i = T_1$), dont le **gain de réglage** K_i vaut **7,5**.

La figure 3.9 présente les réponses temporelles des vitesses linéaires $V_2(t)$, et $V_{ch}(t)$ mesurées lorsque la boucle de vitesse précédente est soumise à une consigne en échelon unitaire. On peut remarquer que l'utilisation d'un simple correcteur PI ne permet pas d'atteindre parfaitement l'objectif, car il y a apparition d'oscillations.

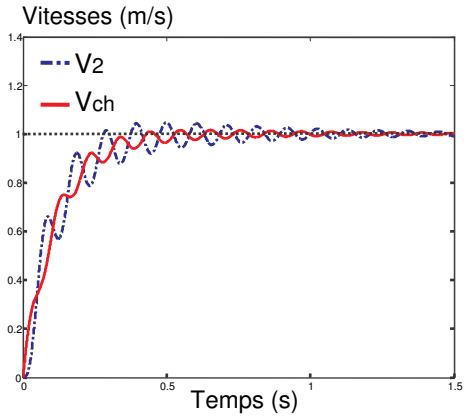


Figure 3.9 : Réponse indicielle de la boucle de vitesse (correcteur PI).

Question 3.18 : justifier *les allures temporelles de* $V_{ch}(t)$ *et* $V_2(t)$ *en vous appuyant sur les résultats obtenus lors de l'étude de stabilité de la question 3.17. Comment peut-on* ***caractériser*** *ces oscillations ?*

Cette première analyse montre que la loi de commande doit être adaptée en prenant en compte le caractère spécifique de l'axe considéré, car on ne peut pas négliger la partie souple.

Fichier généré pour Visiteur (), le 31/05/2021

La **solution industrielle** consiste à utiliser un correcteur **PI filtré** utilisant des techniques de filtrage de type passe-bas ou coupe-bande : filtre Notch ou Bicarré (figure 3.10). Afin de compenser les oscillations de vitesse, on propose de mettre en œuvre un correcteur PI associé à un **filtre bicarré** dont la fonction de transfert $T_{BC}(s)$ est de la forme :

$$T_{BC}(s) = \frac{1 + \frac{2\zeta_N}{\omega_{nN}} s + \frac{1}{\omega_{nN}^2} s^2}{1 + \frac{2\zeta_D}{\omega_{nD}} s + \frac{1}{\omega_{nD}^2} s^2}$$

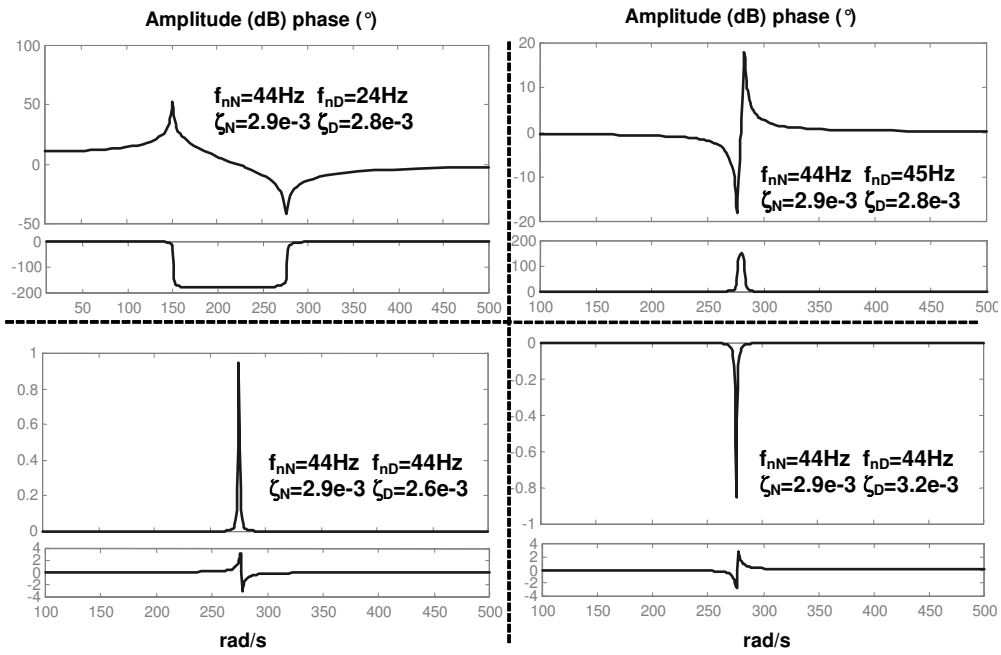


Figure 3.10 : Allures fréquentielles des filtres bicarrés en fonction du réglage des paramètres.

La figure 3.11 présente alors le schéma-bloc de la boucle de vitesse obtenue dans ces conditions.

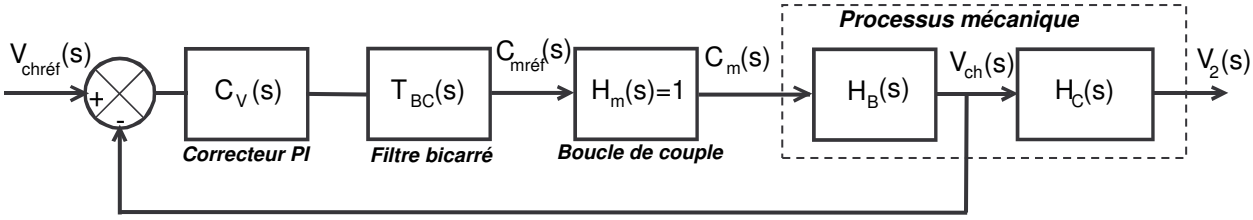


Figure 3.11 : Schéma-bloc de la boucle de vitesse complète (PI+filtre bicarré).

Question 3.19 : *en considérant le principe de compensation d'un pôle par un zéro et inversement,* ***proposer*** *la structure du filtre $T_{BC}(s)$ permettant de compenser parfaitement les oscillations du chariot mobile.*

Dans ces conditions, la fonction de transfert en boucle fermée $H_{BF1}(s) = V_{ch}(s) / V_{réf}(s)$ vaut $\frac{1}{1+T_{BF1}s}$, avec T_{BF1} la constante de temps de la boucle de vitesse du chariot.

Fichier généré pour Visiteur (), le 31/05/2021

La figure 3.12 présente alors les réponses temporelles des vitesses linéaires $V_2(t)$, et $V_{ch}(t)$ mesurées lorsque la boucle de vitesse précédente est soumise à une **consigne en échelon unitaire** (correcteur PI+Filtre bicarré 1). On peut remarquer que même en considérant un réglage de la boucle de vitesse optimal, des oscillations de la partie flexible sont présentes ; elles sont même amplifiées par rapport à la commande sans filtre.

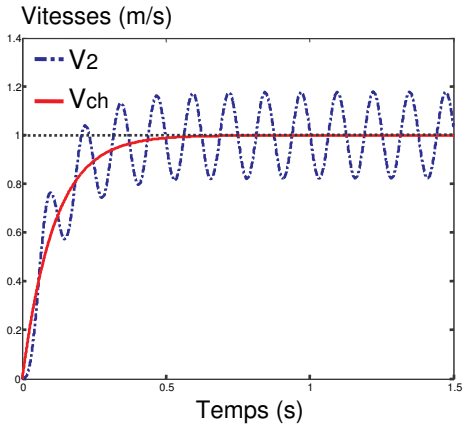


Figure 3.12 : Réponse indicielle de la boucle de vitesse (correcteur PI+Filtre bicarré 1).

Question 3.20 : *en utilisant la transformée inverse de Laplace, et en vous aidant de la table de transformées en annexe,* ***établir*** *l'expression temporelle de* $V_2(t)$ *lorsque* $V_{réf}(t)$ *est un* *<u>échelon d'amplitude unitaire</u>*. *Comment peut-on* ***caractériser*** *les oscillations de* $V_2(t)$?

Question 3.21 : *à partir des données précédentes, et en considérant que* $\omega_a.T_{BF1} >> 1$, ***calculer*** *les valeurs de l'amplitude et de la période de ces oscillations en régime établi pour un* *<u>gain de réglage</u>* $\mathbf{K_i = 4{,}16}$. ***Déterminer*** *la valeur du gain* K_i *qui assure des oscillations d'amplitude inférieure à 5%. En* ***déduire*** *le temps de réponse à 5% de la boucle fermée correspondant.*

Afin de compenser les oscillations de la partie flexible du chariot mobile, il est donc nécessaire de déterminer un **nouveau filtre bicarré** (<u>non étudié ici</u>). La figure 3.13 présente les résultats obtenus lorsqu'on prend en compte la partie flexible du chariot mobile dés la définition du filtre.

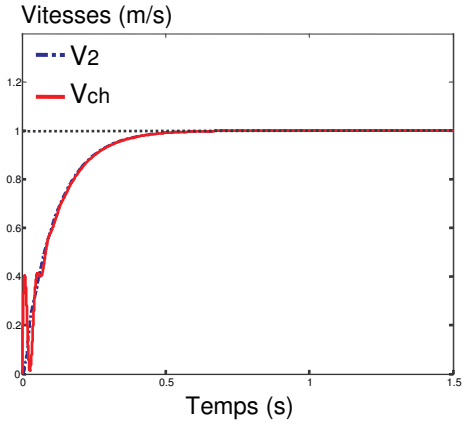


Figure 3.13 : Réponse indicielle de la boucle de vitesse (correcteur PI+Filtre bicarré 2).

En conclusion, on peut remarquer que le chariot subit quelques oscillations amorties lors d'un transitoire de vitesse, mais que la vitesse de la partie flexible du chariot mobile est parfaitement asservie. L'objectif est donc atteint grâce à une commande par la « **technique dite d'inversion** »

Fichier généré pour Visiteur (), le 31/05/2021

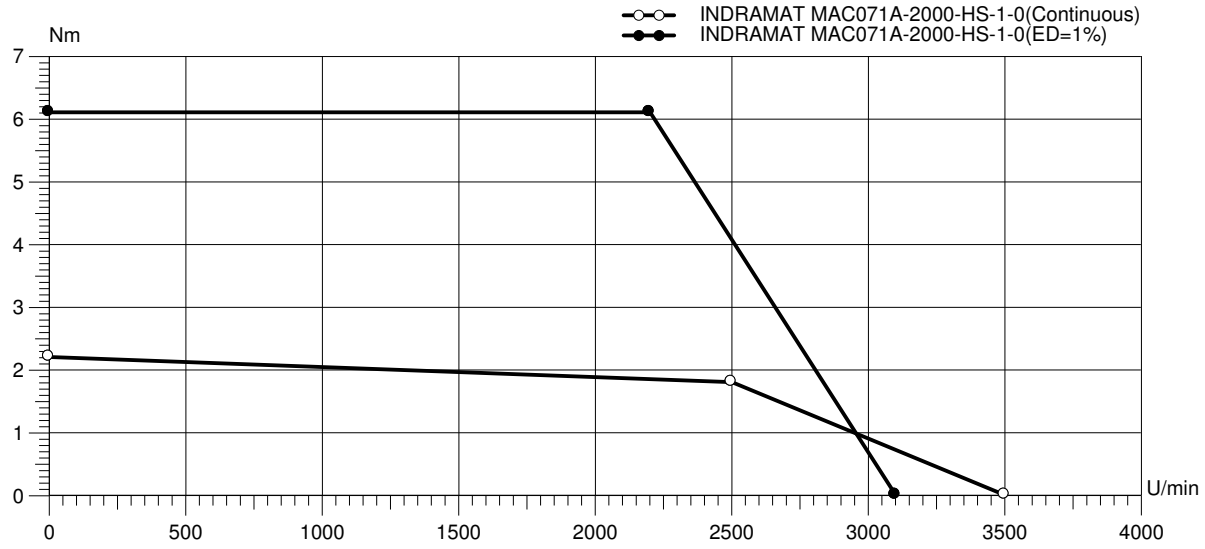
ANNEXE 1 :

DOCUMENTATION MOTEUR INDRAMAT - BRAS VERTICAL

Référence: **MACO7 1A-2000-HS-1-0**
Moteur synchrone à excitation permanente. Moteur avec frein.

Masse du moteur	8,5 kg
Moment d'inertie	$5{,}4.10^{-4}$ kgm²
Diamètre d'arbre	19 mm
Vitesse nominale	2000 tr/min
Vitesse maximale	3100 tr/min
Couple nominal à l'arrêt	2,2 Nm
Couple maximal	6,1 Nm
Constante de couple (Kt)	1 Nm/A

- Courbe caractéristique



Tournez la page S.V.P.

Fichier généré pour Visiteur (), le 31/05/2021

ANNEXE 2 :

TRANSFORMEES DE LAPLACE USUELLES

f(t)	F(p) = L[f(t)]
K	$\frac{K}{p}$
$K \cdot t$	$\frac{K}{p^2}$
e^{-at}	$\frac{1}{p+a}$

f(t)	F(p) = L[f(t)]
$1-e^{-\frac{t}{\tau}}$	$\frac{1}{p(1+\tau p)}$
$\sin(\omega t)$	$\frac{\omega}{p^2+\omega^2}$
$\cos(\omega t)$	$\frac{p}{p^2+\omega^2}$

f(t)	F(p) = L[f(t)]
$\frac{1}{\tau_1-\tau_2}\left(e^{-\frac{t}{\tau_1}}-e^{-\frac{t}{\tau_2}}\right)$	$\frac{1}{(1+\tau_1 p)(1+\tau_2 p)}$
$\frac{\omega_0}{\sqrt{1-\xi^2}}e^{-\xi\omega_0 t}(\sin(\omega_0\sqrt{1-\xi^2}t))$	$\begin{cases}\frac{1}{\frac{p^2}{\omega_0^2}+2\xi\frac{p}{\omega_0}+1}\\ \xi<1\end{cases}$

Fichier généré pour Visiteur (), le 31/05/2021

Ne rien écrire dans ce cadre

NOM : .....

Prénom : .....

Académie : .....

N° d'inscription : .....

CONCOURS BANQUE PT

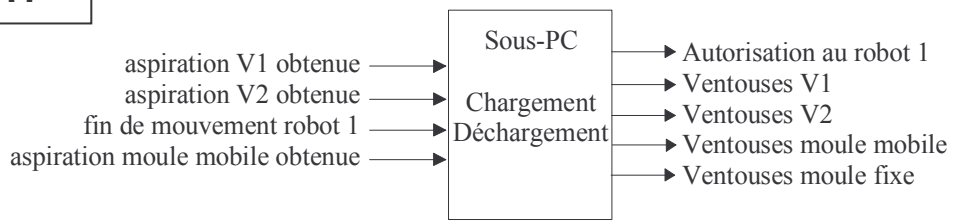
SCIENCES INDUSTRIELLES A

DR1 : expansion des Macro

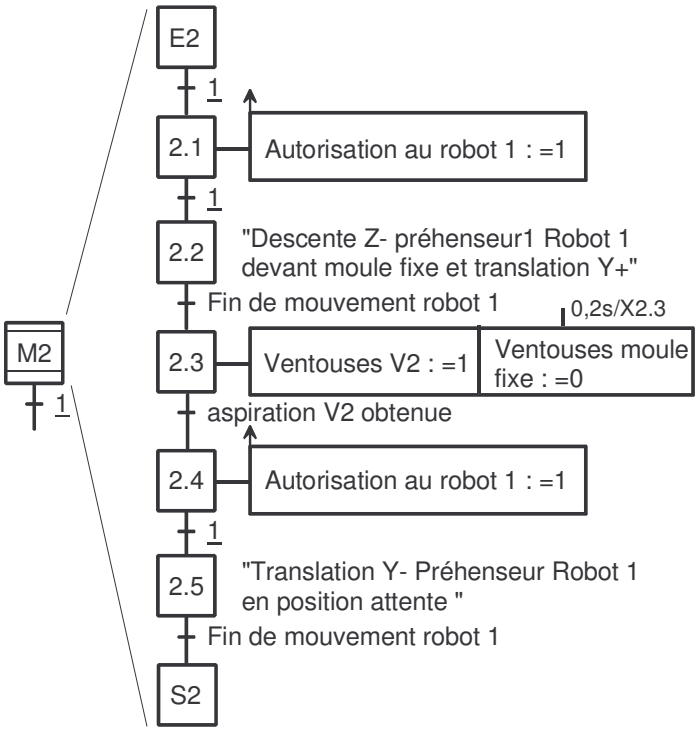
A rendre à la fin de l'épreuve

Dépliez la feuille S.V.P.

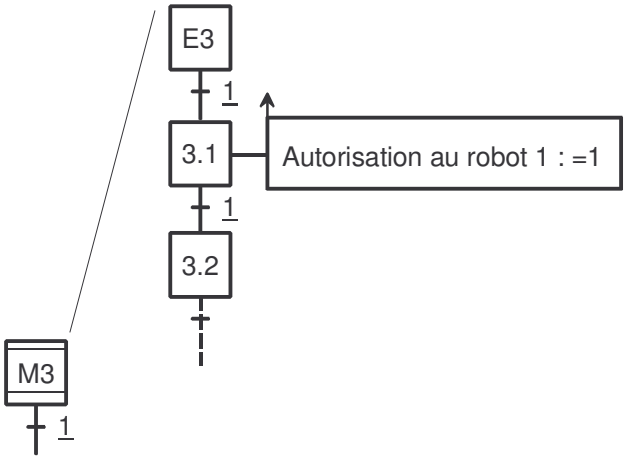
DR1.1



Entrées / Sorties de la sous PC du système de chargement - déchargement



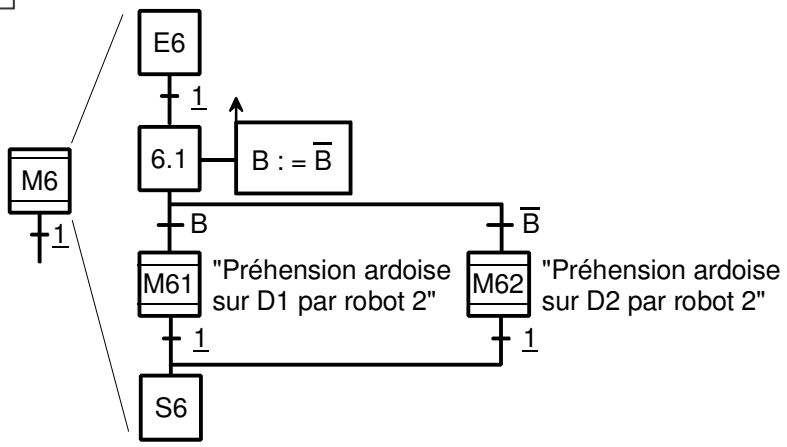
Expansion de M2 : préhension ardoises finies / moule fixe



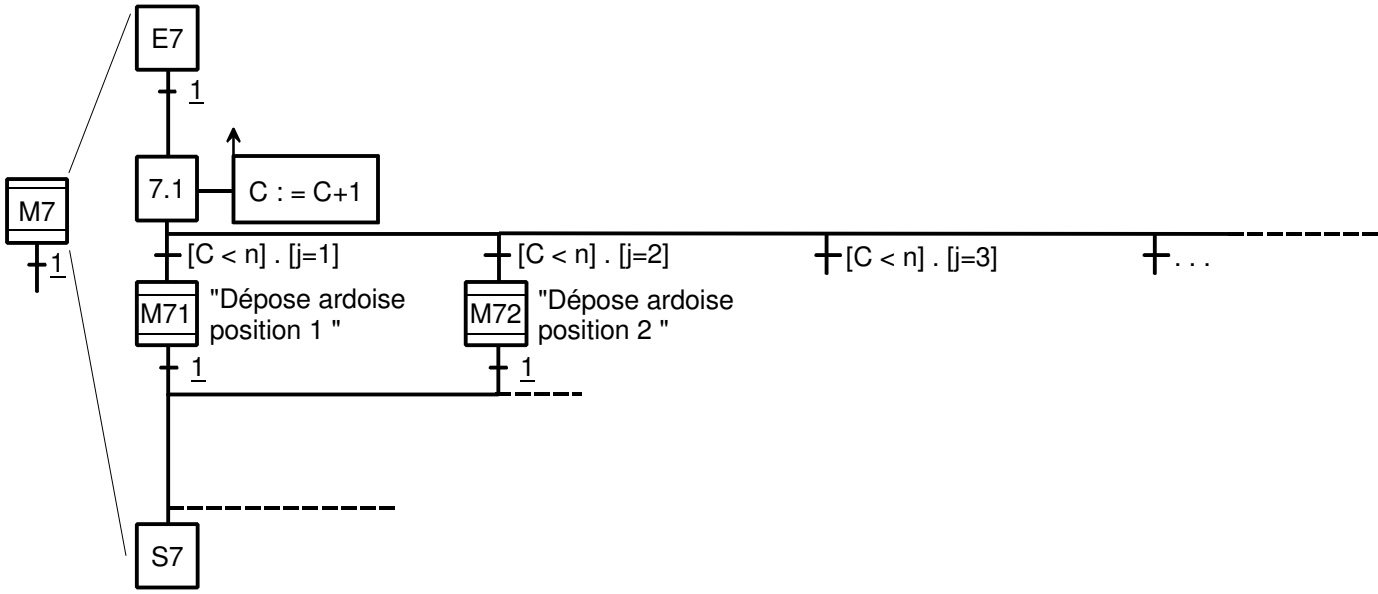
Expansion de M3 : dépose ardoises brutes / moule mobile

Fichier généré pour Visiteur (), le 31/05/2021

DR1.2

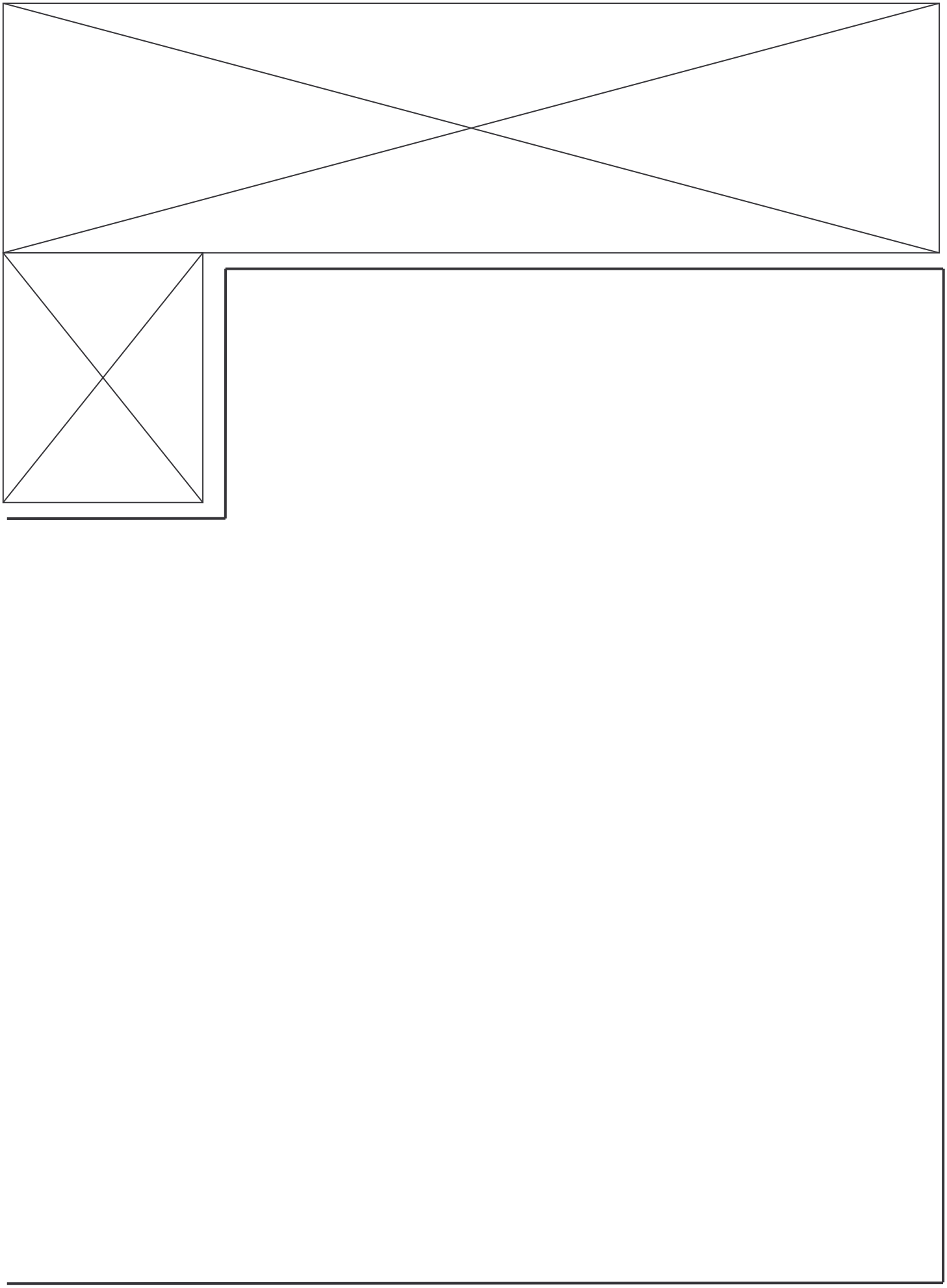


Expansion de M6 : préhension ardoises finies / D1 & D2



Expansion de M7 : dépose ardoises finies / Magasins 2.1 & 2.2 aux positions ①, ②, ③, ④

Fichier généré pour Visiteur (), le 31/05/2021



Fichier généré pour Visiteur (), le 31/05/2021

Dépliez la feuille S.V.P.

Fichier généré pour Visiteur (), le 31/05/2021

Ne rien écrire dans ce cadre

NOM : .....

Prénom : .....

Académie : .....

N° d'inscription : .....

CONCOURS BANQUE PT

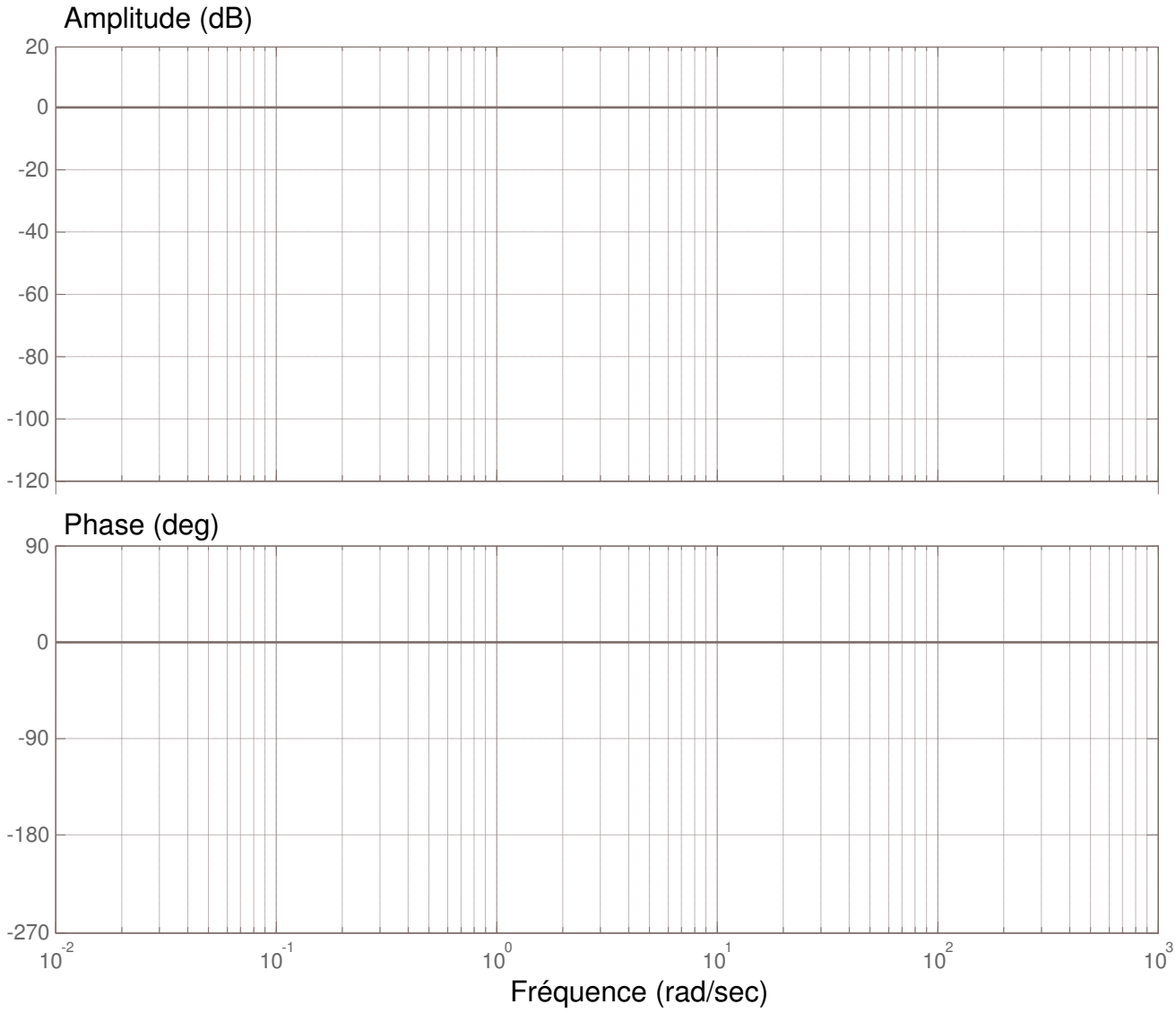
SCIENCES INDUSTRIELLES A

DR2 : lieux de Bode

A rendre à la fin de l'épreuve

DR2

Question 3.11 : construire *avec le plus grand soin, les diagrammes de BODE des fonctions de transfert complexes* $H_A(j\omega) = V_2(s) / C_m(s)$ *et* $H_B(j\omega) = V_{ch}(s) / C_m(s)$.



Fichier généré pour Visiteur (), le 31/05/2021