EVENEMENTS 1 HEC ESCP

ENONCE DE L'EXERCICE

ENONCE–1

Soit Ω un ensemble de cardinal $n \geq 1$ et $(\Omega, \mathcal{P}(\Omega), P)$ une espace probablisé où P est la probabilité uniforme. On considère une partie B, non vide, donnée de Ω et on considère également les trois événements suivants :

$E_1 =$ " une partie de Ω contient B " .

$E_2 =$ " une partie de Ω est incluse dans B " .

$E_3 =$ " une partie de Ω ne rencontre pas B " .

Etudier l'indépendance des événements E_1, E_2, E_3.

© EDUKLUB SA
Tous droits de l'auteur des oeuvres réservés. Sauf autorisation, la reproduction ainsi que toute utilisation des oeuvres autre que la consultation individuelle et privée sont interdites.

Fichier généré pour Visiteur (), le 31/05/2021

Indications - Evénements.1

On trouvera que E_1, E_2 et E_2, E_3 sont indépendants.

© EDUKLUB SA
Tous droits de l'auteur des oeuvres réservés. Sauf autorisation, la reproduction ainsi que toute utilisation des oeuvres autre que la consultation individuelle et privée sont interdites.

Fichier généré pour Visiteur (), le 31/05/2021

Eléments de correction : Evénements.1

Notons $b = \text{card } B$.

- $E_1 = \{X \subset \Omega \ / \ X \supset B\} = \{X = B \cup Y \ / \ Y \subset \overline{B}\}$

Il y a autant de parties $X \supset B$ que de parties $Y \subset \overline{B}$.
Donc $\text{card } E_1 = \text{card } \overline{B} = 2^{n-b}$.

$$P(E_1) = \frac{2^{n-b}}{2^n} = \frac{1}{2^b}$$

- $E_2 = \{X \subset \Omega \ / \ X \subset B\} = \mathcal{P}(B)$. Il vient tout de suite

$$P(E_2) = \frac{2^b}{2^n}$$

- $E_3 = \{X \subset \Omega \ / \ X \cap B = \emptyset\} = \{X \subset \Omega \ / \ X \subset \overline{B}\} = \mathcal{P}(\overline{B})$

$$P(E_3) = \frac{2^{n-b}}{2^n} = \frac{1}{2^b}$$

$\star\star$ $E_1 \cap E_2 = \{X \subset \Omega \ / \ B \subset X \subset B\} = \{B\}$

$P(E_1 \cap E_2) = \frac{1}{2^n} = \frac{1}{2^b} \times \frac{2^b}{2^n} = P(E_1) \times P(E_2)$

Les événements E_1 et E_2 sont indépendants

$\star\star$ $E_1 \cap E_3 = \{X \subset \Omega \ / \ B \subset X \text{ et } X \subset \overline{B}\} = \emptyset$.
En effet, s'il existait un ensemble X dans cette intersection, on aurait $B \subset \overline{B}$ ce qui est manifestement impossible puisque B n'est pas vide.

$P(E_1 \cap E_3) = 0 \neq P(E_1) \times P(E_3)$

Les événements E_1 et E_3 ne sont pas indépendants ; ils sont incompatibles

$\star\star$ $E_2 \cap E_3 = \{X \subset \Omega \ / \ X \subset B \text{ et } X \subset \overline{B}\} = \{\emptyset\}$ car s'il existe un élément $x \in X$, on devrait avoir $x \in B$ et $x \in \overline{B}$ ce qui est impossible.

$P(E_2 \cap E_3) = \frac{1}{2^n} = \frac{2^b}{2^n} \times \frac{1}{2^b} = P(E_2) \times P(E_3)$

Les événements E_2 et E_3 sont indépendants

Tous droits de l'auteur des oeuvres réservés. Sauf autorisation, la reproduction ainsi que toute utilisation des oeuvres autre que la consultation individuelle et privée sont interdites.

Fichier généré pour Visiteur (), le 31/05/2021