MATRICES 3. HEC.ESCP

ENONCE DE L'EXERCICE

ENONCE–3

Soit A et B deux matrices de $\mathcal{M}_n(\mathbb{K})$ ($\mathbb{K} = \mathbb{R}$ ou $\mathbb{C}$).
Montrer que $A + B = AB \Longrightarrow AB = BA$.

© EDUKLUB SA
Tous droits de l'auteur des oeuvres réservés. Sauf autorisation, la reproduction ainsi que toute utilisation des oeuvres autre que la consultation individuelle et privée sont interdites.

Fichier généré pour Visiteur (), le 31/05/2021

Indications - matrices 3.

On pourra montrer que $A - I$ est inversible.

© EDUKLUB SA
Tous droits de l'auteur des oeuvres réservés. Sauf autorisation, la reproduction ainsi que toute utilisation des oeuvres autre que la consultation individuelle et privée sont interdites.

Fichier généré pour Visiteur (), le 31/05/2021

Eléments de correction : matrices 3.

$$\begin{aligned} AB = A + B &\iff A(B-I) = B \\ &\iff A(B-I) - I = B - I \\ &\iff A(B-I) - (B-I) = I \\ &\iff (A-I)(B-I) = I \end{aligned}$$

On conclut que $(A-I)$ est inversible et que $(B-I)$ est son inverse ; donc $A-I$ et $B-I$ commutent.

$$\begin{aligned} (A-I)(B-I) = (B-I)(A-I) &\iff AB - A - B + I = BA - B - A + I \\ &\iff AB = BA \end{aligned}$$

© EDUKLUB SA
Tous droits de l'auteur des oeuvres réservés. Sauf autorisation, la reproduction ainsi que toute utilisation des oeuvres autre que la consultation individuelle et privée sont interdites.

Fichier généré pour Visiteur (), le 31/05/2021