



**INTERALES GENERALISEES 2. HEC ESCP**

**ENONCE DE L'EXERCICE**

**ENONCE-2**

$f, g, h$  sont 3 applicatons continues sur  $\mathbb{R}_+$ . On suppose que :

$\forall x \in \mathbb{R}_+, f(x) \leq g(x) \leq h(x)$  et les intégrales  $\int_0^{+\infty} f(x)dx$  et  $\int_0^{+\infty} h(x)dx$  sont convergentes.

Que peut-on dire de l'intégrale  $\int_0^{+\infty} g(x)dx$  ?

## Intégrales généralisées.2

Réponse : elle converge.

**Eléments de correction : intégrales généralisées.2**

Par hypothèse on peut écrire :  $\forall x \geq 0, 0 \leq g(x) - f(x) \leq h(x) - f(x)$ .

$\int_0^{+\infty} f(x)dx$  et  $\int_0^{+\infty} h(x)dx$  convergent par hypothèse, donc  $\int_0^{+\infty} (h(x) - f(x))dx$  converge aussi.

Les fonctions  $g - f$  et  $h - f$  sont continues sur  $\mathbb{R}_+$ , positives ; d'après le théorème de comparaison des fonctions continues positives, on conclut que  $\int_0^{+\infty} (g(x) - f(x))dx$  converge.

Or  $g = (g - f) + f$ . D'après les opérations sur les intégrales convergentes,

$(\int_0^{+\infty} (g(x) - f(x))dx \text{ et } \int_0^{+\infty} f(x)dx \text{ convergent})$  entraîne  $\int_0^{+\infty} g(x)dx$  converge.