Énoncés des exercices

Exercice 1 [Indication] [Correction]

On considère l'ensemble $\mathcal{D} = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2, x^2 + y^2 \leq 1\}$.

Montrer que $\mathcal{D}$ ne peut pas s'écrire comme le produit cartésien de deux parties de $\mathbb{R}$.

Exercice 2 [Indication] [Correction]

On considère une famille finie d'ensembles distincts deux à deux.

Montrer que l'un au moins de ces ensembles ne contient aucun des autres.

Exercice 3 [Indication] [Correction]

En utilisant uniquement l'axiome de la borne supérieure dans $\mathbb{R}$, montrer que pour tout réel $a > 0$ et pour tout réel x, il existe un entier naturel n tel que $na > x$.

On exprime cette propriété en disant que $\mathbb{R}$ est *archimédien*.

Exercice 4 [Indication] [Correction]

Soient a, b, c trois réels du segment $[0, 1]$.

Montrer que le minimum de $a(1-b)$, $b(1-c)$, $c(1-a)$ est inférieur ou égal à $\frac{1}{4}$.

Exercice 5 [Indication] [Correction]

Montrer que $\sqrt{2}$ est un nombre irrationnel : on raisonnera par l'absurde et on considérera l'ensemble A des n de $\mathbb{N}^*$ tels que $n\sqrt{2}$ soit entier.

©EduKlub S.A.
Tous droits de l'auteur des œuvres réservés. Sauf autorisation, la reproduction ainsi que toute utilisation des œuvres autre que la consultation individuelle et privée sont interdites.

Extrait gratuit de document, le document original comporte 4 pages.