Énoncés des exercices

Exercice 1 [Indication] [Correction]

Soit f une application de $\mathcal{P}(E)$ dans $\mathbb{R}$.
On suppose que pour toutes parties A et B disjointes de E, $f(A \cup B) = f(A) + f(B)$.
Montrer que $f(\emptyset) = 0$.
Prouver que pour toutes parties A et B de E, $f(A \cup B) = f(A) + f(B) - f(A \cap B)$.

Exercice 2 [Indication] [Correction]

Soit f une application de E dans F.
Montrer que pour toute partie A de E, $f(f^{-1}(B) \cap A) = B \cap f(A)$.

Exercice 3 [Indication] [Correction]

Soit f une application de E dans E.
Montrer que f est bijective $\Leftrightarrow$ pour toute partie A de E, $f(\overline{A}) = \overline{f(A)}$ (on note $\overline{A}$ le complémentaire de A dans E.)

Exercice 4 [Indication] [Correction]

Soient E un ensemble non vide, et A, B deux parties de E.
On note $[A, A \cup B] = \{X \subset E, A \subset X \subset A \cup B\}$ et $[A \cap B, B] = \{Y \subset E, A \cap B \subset Y \subset B\}$.
On définit $f : [A, A \cup B] \to [A \cap B, B]$ par $f(X) = X \cap B$.
On définit $g : [A \cap B, B] \to [A, A \cup B]$ par $g(Y) = Y \cup A$.
Montrer que f et g sont des bijections réciproques l'une de l'autre.

Exercice 5 [Indication] [Correction]

Soit f une application de E dans F.
On définit l'application $g : \mathcal{P}(F) \to \mathcal{P}(E)$ par : $\forall Y \subset F$, $g(Y) = f^{-1}(Y)$.

1. Montrer que g est injective $\Leftrightarrow$ f est surjective.
2. Montrer que g est surjective $\Leftrightarrow$ f est injective.

Exercice 6 [Indication] [Correction]

Soit f une application de E dans F. Montrer l'équivalence de :

(a) f est injective

(b) Pour toutes parties A et B de E, $f(A \cap B) = f(A) \cap f(B)$.

©EduKlub S.A.
Tous droits de l'auteur des œuvres réservés. Sauf autorisation, la reproduction ainsi que toute utilisation des œuvres autre que la consultation individuelle et privée sont interdites.

Extrait gratuit de document, le document original comporte 4 pages.