Énoncés des exercices

Exercice 1 [Indication] [Correction]

Soit f une application de E dans E et $\mathcal{S} = \{X \subset E,\ f^{-1}(f(X)) = X\}$.

1. Soit A une partie quelconque de E. Montrer que $f^{-1}(f(A))$ appartient à $\mathcal{S}$.
2. Montrer que toute intersection ou réunion d'éléments de $\mathcal{S}$ est encore élément de $\mathcal{S}$.

Exercice 2 [Indication] [Correction]

Soit f une application de E dans F.

1. Montrer que pour toute partie A de E, $f^{-1}(f(A)) \supset A$.
2. Montrer que pour toute partie B de F, $f(f^{-1}(B)) = f(E) \cap B$.
3. Prouver que f est injective $\Leftrightarrow \forall A \subset E,\ f^{-1}(f(A)) = A$.
4. Prouver que f est surjective $\Leftrightarrow \forall B \subset F,\ f(f^{-1}(B)) = B$.

Exercice 3 [Indication] [Correction]

Soient A et B deux parties non vides d'un ensemble E.
On considère l'application f, de $\mathcal{P}(E)$ dans $\mathcal{P}(A) \times \mathcal{P}(B)$ définie par $f(X) = (X \cap A, X \cap B)$.

1. Montrer que f est injective $\Leftrightarrow A \cup B = E$.
2. Montrer que f est surjective $\Leftrightarrow A \cap B = \emptyset$.
3. Dans le cas où f est bijective, déterminer f^{-1}.

Exercice 4 [Indication] [Correction]

Soit A une partie d'un ensemble E.
On lui associe l'application χ_A, de E vers $\{0,1\}$, définie par $\chi_A(x) = \begin{cases} 1 & \text{si } x \in A \\ 0 & \text{si } x \notin A \end{cases}$
Montrer que $A \mapsto \chi_A$ est une bijection de $\mathcal{P}(E)$ sur l'ensemble $\mathcal{F}(E, \{0,1\})$.

©EduKlub S.A.
Tous droits de l'auteur des œuvres réservés. Sauf autorisation, la reproduction ainsi que toute utilisation des œuvres autre que la consultation individuelle et privée sont interdites.

Extrait gratuit de document, le document original comporte 4 pages.