

Énoncés des exercices

EXERCICE 1 [[Indication](#)] [[Correction](#)]

Soit E un ensemble muni d'une relation \mathcal{R} réflexive et transitive.

On définit sur E la relation : $x\mathcal{S}y \Leftrightarrow x\mathcal{R}y$ et $y\mathcal{R}x$.

Montrer que \mathcal{S} est une relation d'équivalence.

EXERCICE 2 [[Indication](#)] [[Correction](#)]

Soit \mathcal{R} une relation réflexive et symétrique sur un ensemble E .

On définit sur E la relation :

$x\mathcal{S}y \Leftrightarrow$ il existe une suite finie x_0, x_1, \dots, x_n d'éléments de E (avec $n \geq 1$) tels que $x_0 = x$, $x_n = y$, et $x_p\mathcal{R}x_{p+1}$ pour tout p de $\{0, \dots, n-1\}$.

Montrer que \mathcal{S} est une relation d'équivalence.

EXERCICE 3 [[Indication](#)] [[Correction](#)]

Soient \mathcal{R} et \mathcal{S} deux relations d'équivalence sur un ensemble E .

On définit la relation $\mathcal{S} \circ \mathcal{R}$ par : $x\mathcal{S} \circ \mathcal{R}y \Leftrightarrow \exists z, x\mathcal{R}z$ et $z\mathcal{S}y$.

Montrer que $\mathcal{S} \circ \mathcal{R}$ est une relation d'équivalence $\Leftrightarrow \mathcal{S} \circ \mathcal{R} = \mathcal{R} \circ \mathcal{S}$.

EXERCICE 4 [[Indication](#)] [[Correction](#)]

Soit \mathcal{R} une relation sur un ensemble E .

Montrer que \mathcal{R} est une relation d'équivalence \Leftrightarrow :

- \mathcal{R} est réflexive
- Pour tous éléments x, y, z de E : $(x\mathcal{R}y$ et $y\mathcal{R}z) \Rightarrow z\mathcal{R}x$.