Énoncés des exercices

Exercice 1 [Indication] [Correction]

Quelle est la probabilité pour que deux tirages successifs du loto (6 numéro sur 49) aient au moins un numéro en commun ?

Exercice 2 [Indication] [Correction]

Quelle est la probabilité pour que dans une classe de n élèves, les anniversaires d'au moins deux élèves tombent le même jour ?

A partir de quelle valeur de n cette probabilité est-elle supérieure ou égale à $\frac{1}{2}$?

Exercice 3 [Indication] [Correction]

On se donne n points du plan, trois à trois non alignés.

Combien existe-t-il de polygônes à p cotés dont les sommets soient p de ces points ?.

Exercice 4 [Indication] [Correction]

Quel est le nombre de diagonales d'un polygône strictement convexe de n cotés ?

En combien de points intérieurs au polygône ces diagonales se coupent-elles ? (on supposera que le polygône est dans sa forme la plus générale, c'est-à-dire que les points d'intersection considérés sont distincts deux à deux.) Pour cette question, on donnera une première démonstration par récurrence, puis une autre par un calcul de dénombrement.

©EduKlub S.A.
Tous droits de l'auteur des œuvres réservés. Sauf autorisation, la reproduction ainsi que toute utilisation des œuvres autre que la consultation individuelle et privée sont interdites.

Extrait gratuit de document, le document original comporte 5 pages.

Indications ou résultats

Indication pour l'exercice 1 [Retour à l'énoncé]

Cette probabilité est $q = \dfrac{563383}{998844} \approx 0.564035$.

Indication pour l'exercice 2 [Retour à l'énoncé]

Cette probabilité est $q_n = \dfrac{\mathrm{A}_{365}^{n}}{365^n} = \displaystyle\prod_{k=0}^{n-1}\left(1-\frac{k}{365}\right)$

Elle est supérieure ou égale à $\frac{1}{2}$ à partir de $n = 23$.

Indication pour l'exercice 3 [Retour à l'énoncé]

On choisit doit d'abord les p sommets du polygône, puis on fixe l'un d'eux.

On choisit alors une permutation des $n-1$ autres sommets, mais attention au sens de parcours.

Indication pour l'exercice 4 [Retour à l'énoncé]

- Le polygône comporte donc $\frac{1}{2}\,n(n-3)$ diagonales distinctes.
- Notons p_n le nombre de points d'intersection des diagonales du polygône convexe $\mathcal{P}_n$ à n sommets (rappelons qu'on ne considère que des points intérieurs à $\mathcal{P}_n$.)
  On vérifie l'égalité $p_n = p_{n-1} + \mathrm{C}_{n-1}^{3}$, et on en déduit $p_n = \frac{1}{24}\,n(n-1)(n-2)(n-3) = \mathrm{C}_n^4$.
- Cosntater qu'un point d'intersection intérieur au polygône $\mathcal{P}_n$ est défini de façon biunivoque par la donnée de quatre points de $\mathcal{P}_n$.

©EduKlub S.A.
Tous droits de l'auteur des œuvres réservés. Sauf autorisation, la reproduction ainsi que toute utilisation des œuvres autre que la consultation individuelle et privée sont interdites.

Extrait gratuit de document, le document original comporte 5 pages.