Énoncés des exercices

EXERCICE 1 [Indication] [Correction]

1. Montrer que, pour tous réels positifs a, b, c, on a : $(b+c)(c+a)(a+b) \geq 8abc$.
2. En déduire $(a+b+c)(\frac{1}{a}+\frac{1}{b}+\frac{1}{c}) \geq 9$.

EXERCICE 2 [Indication] [Correction]

Montrer que, pour tous réels a, b, c, on a : $b^2c^2 + c^2a^2 + a^2b^2 \geq abc(a+b+c)$.

EXERCICE 3 [Indication] [Correction]

Soient a, b, c trois réels positifs.

Prouver l'inégalité $\frac{ab}{a+b} + \frac{bc}{b+c} + \frac{ca}{c+a} \leq \frac{a+b+c}{2}$.

Quand y-a-t-il égalité ?

EXERCICE 4 [Indication] [Correction]

Soient a, b, c des réels tels que $0 \leq a \leq b \leq c \leq 1$ et $c \leq a+b$.

Montrer que $0 \leq (a+b+c)(a+b-c)(a-b+c)(-a+b+c) \leq 3$.

(On pourra donner deux démonstrations).