Énoncés des exercices

Exercice 1 [Indication] [Correction]

Soient m, n, p des entiers naturels.

1. Montrer que $1 \leq m \leq n \Rightarrow (1+\frac{1}{n})^m < 1 + \frac{m}{n} + (\frac{m}{n})^2$.
2. En déduire $(1+\frac{1}{n})^n < 3$, puis $(1+\frac{p}{n})^n < 3^p$.

Exercice 2 [Indication] [Correction]

Soit $x_1, x_2, \ldots, x_n$ une famille de réels de $[0,1]$.

Prouver l'inégalité $\prod_{k=1}^{n}(1-x_k) \geq 1 - \sum_{k=1}^{n} x_k$.

Exercice 3 [Indication] [Correction]

On considère les réels $a_1 \geq a_2 \geq \ldots \geq a_n \geq 0$ et $b_1 \geq b_2 \geq \ldots \geq b_n \geq 0$.

Montrer que $(a_1 + a_2 + \cdots + a_n)(b_1 + b_2 + \cdots + b_n) \leq n(a_1b_1 + a_2b_2 + \cdots + a_nb_n)$.

Exercice 4 [Indication] [Correction]

Soient $x_1, x_2, \ldots, x_n$ dans $\mathbb{R}^+$, et $y_1, y_2, \ldots, y_n$ dans $\mathbb{R}^{+*}$.

Montrer que $\min\left(\frac{x_1}{y_1}, \frac{x_2}{y_2}, \ldots, \frac{x_n}{y_n}\right) \leq \frac{x_1 + x_2 + \ldots + x_n}{y_1 + y_2 + \ldots + y_n} \leq \max\left(\frac{x_1}{y_1}, \frac{x_2}{y_2}, \ldots, \frac{x_n}{y_n}\right)$.

©EduKlub S.A.
Tous droits de l'auteur des œuvres réservés. Sauf autorisation, la reproduction ainsi que toute utilisation des œuvres autre que la consultation individuelle et privée sont interdites.

Extrait gratuit de document, le document original comporte 4 pages.