Énoncés des exercices

Exercice 1 [Indication] [Correction]

Soit (u_n) une suite dont les suites extraites $(a_n = u_{2n})$ et $(b_n = u_{3n})$ convergent respectivement vers ℓ et ℓ'. Montrer que $\ell = \ell'$.

Exercice 2 [Indication] [Correction]

On se donne une suite réelle (u_n).

On suppose que les suites (u_{2n}), (u_{2n+1}) et (u_{3n}) sont convergentes.

Montrer que la suite (u_n) est convergente.

Exercice 3 [Indication] [Correction]

Soit (u_n) une suite bornée ne possèdant qu'une seule valeur d'adhérence.

Montrer que cette suite est convergente.

Exercice 4 [Indication] [Correction]

Soit (u_n) une suite telle que $\lim_{\infty}(u_{n+1} - u_n) = 0$.

Prouver que l'ensemble des valeurs d'adhérence de (u_n) est vide ou est un intervalle fermé.

Donner un exemple représentatif de cette deuxième éventualité.

©EduKlub S.A.
Tous droits de l'auteur des œuvres réservés. Sauf autorisation, la reproduction ainsi que toute utilisation des œuvres autre que la consultation individuelle et privée sont interdites.

Extrait gratuit de document, le document original comporte 5 pages.

Indications ou résultats

Indication pour l'exercice 1 [Retour à l'énoncé]

Pour tout entier n, considérer $c_n = u_{6n}$.

Indication pour l'exercice 2 [Retour à l'énoncé]

Considérer la suite des u_{6n} et celle des u_{6n+3}.

Indication pour l'exercice 3 [Retour à l'énoncé]

On suppose que (u_n) est bornée et que a est son unique valeur d'adhérence.

On suppose par l'absurde que la suite (u_n) n'est pas convergente, donc pas convergente vers a.

On se donne $\varepsilon > 0$ et on extrait une suite (v_n) de (u_n) telle que $\forall n \in \mathbb{N}, |v_n - a| \geq \varepsilon$.

Indication pour l'exercice 4 [Retour à l'énoncé]

- Considérer la suite de terme général $u_n = \ln n$.
- On suppose que $X \neq \emptyset$, et on se donne deux valeurs d'adhérence $a < b$.

  Soit c un élément de $]a, b[$, et $\varepsilon > 0$ tel que $a + \varepsilon < c < b - \varepsilon$.

  On prouve enfin l'existence d'un entier n tel que $|c - u_n| \leq \varepsilon$.
- Penser à des parcours successifs de $[0, 1]$, dans un sens puis dans l'autre, avec un pas qui diminue à chaque nouveau parcours.

 ©EduKlub S.A.
Tous droits de l'auteur des œuvres réservés. Sauf autorisation, la reproduction ainsi que toute utilisation des œuvres autre que la consultation individuelle et privée sont interdites.

Extrait gratuit de document, le document original comporte 5 pages.