Énoncés des exercices

Exercice 1 [Indication] [Correction]

Soit une suite (u_n) telle que, pour tout $n \geq 2$, $(n+1)^2 u_{n+1} - (n-1)^2 u_n + n = 0$ (E).

1. Montrer qu'il existe un réel k tel que si on pose $v_n = u_n - k$ alors pour tout $n \geq 2$: $(n+1)^2 v_{n+1} - (n-1)^2 v_n = 0$.
2. En déduire l'expression de v_n puis celle de u_n.
3. Que se passe-t-il si la relation (E) est vraie pour $n = 1$?

Exercice 2 [Indication] [Correction]

Etudier les suites (u_n) et (v_n) définies par la donnée du couple $(u_0 > 0, v_0 > 0)$ et par les relations de récurrence $u_{n+1} = \dfrac{u_n^2}{u_n + v_n}$ et $v_{n+1} = \dfrac{v_n^2}{u_n + v_n}$.

Exercice 3 [Indication] [Correction]

Etudier la suite (u_n) définie par la relation $u_{n+1} = 1 - \dfrac{1}{u_n}$.

Exercice 4 [Indication] [Correction]

Etudier la suite (u_n) définie par la relation $u_{n+1} = \sqrt{2u_n + 35}$.

Exercice 5 [Indication] [Correction]

Etudier la suite (u_n) définie par la relation $u_{n+1} = \sqrt{12 - u_n}$.

©EduKlub S.A.
Tous droits de l'auteur des œuvres réservés. Sauf autorisation, la reproduction ainsi que toute utilisation des œuvres autre que la consultation individuelle et privée sont interdites.

Extrait gratuit de document, le document original comporte 5 pages.

Indications ou résultats

Indication pour l'exercice 1 [Retour à l'énoncé]

1. Il faut poser $v_n = u_n + \dfrac{1}{4}$.
2. Pour $n \geq 2$, $v_n = \dfrac{4v_2}{n^2(n-1)^2}$ et $u_n = -\dfrac{1}{4} + v_n$. On a $\lim\limits_{n\to+\infty} v_n = 0$ et $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n = -\dfrac{1}{4}$.
3. Pour tout $n \geq 2$ on a alors $u_n = -\dfrac{1}{4}$.

Indication pour l'exercice 2 [Retour à l'énoncé]

La suite de terme général $d_n = v_n - u_n$ est constante. Posons $\lambda = v_0 - u_0$ et $\mu = \dfrac{v_0}{u_0}$.

– Si $u_0 = v_0$, alors $u_n = v_n = \dfrac{u_0}{2^n}$ pour tout n. La limite commune est 0.

– Si $0 < v_0 < u_0$, alors $\lim\limits_{n\to+\infty} \mu^{2^n} = 0$ donc $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n = -\lambda > 0$ et $\lim\limits_{n\to+\infty} v_n = 0$.

– Si $0 < u_0 < v_0$, alors $\lim\limits_{n\to+\infty} \mu^{2^n} = +\infty$ donc $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n = 0$ et $\lim\limits_{n\to+\infty} v_n = \lambda > 0$.

Indication pour l'exercice 3 [Retour à l'énoncé]

Il suffit de calculer u_3 pour comprendre...

Indication pour l'exercice 4 [Retour à l'énoncé]

La seule limite finie possible est $\ell = 7$.

Comparer $|u_{n+1} - 7|$ et $|u_n - 7|$. En déduire $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n = 7$.

Indication pour l'exercice 5 [Retour à l'énoncé]

La suite u est définie si $-132 \leq u_0 \leq 12$.

La seule limite finie possible de la suite u est $\ell = 3$.

Comparer $|u_{n+1} - 3|$ et $\frac{1}{3}|u_n - 3|$. En déduire $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n = 3$.

©EduKlub S.A.
Tous droits de l'auteur des œuvres réservés. Sauf autorisation, la reproduction ainsi que toute utilisation des œuvres autre que la consultation individuelle et privée sont interdites.

Extrait gratuit de document, le document original comporte 5 pages.