Énoncés des exercices

Exercice 1 [Indication] [Correction]

Soit G un groupe. Pour tout a de G on pose $\varphi_a(x) = axa^{-1}$.

Montrer que l'application $a \mapsto \varphi_a$ est un morphisme de groupe de G dans le groupe des automorphismes de G. Quel en est le noyau ?

Exercice 2 [Indication] [Correction]

Soit G un groupe fini d'ordre n. Soit k un entier premier avec n.

Montrer que l'application $x \to x^k$ est une bijection de G sur lui-même.

Exercice 3 [Indication] [Correction]

Montrer que tout groupe d'ordre 4 est commutatif.

Exercice 4 [Indication] [Correction]

La table suivante définit-elle un groupe ?

$\star$	e	x	y	z	t
e	e	x	y	z	t
x	x	e	t	y	z
y	y	z	e	t	x
z	z	t	x	e	y
t	t	y	z	x	e

Exercice 5 [Indication] [Correction]

Soient a et b deux éléments d'un groupe G vérifiant : $a^5 = e$ et $ab = ba^3$.

Montrer que $a^2b = ba$ et que $ab^3 = b^3a^2$.

Exercice 6 [Indication] [Correction]

Soit G un groupe. On suppose qu'il existe un entier naturel k tel que :

$\forall i \in \{k, k+1, k+2\}, \forall a, b \in G, (ab)^i = a^ib^i$.

Montrer que G est un groupe abélien.

©EduKlub S.A.
Tous droits de l'auteur des œuvres réservés. Sauf autorisation, la reproduction ainsi que toute utilisation des œuvres autre que la consultation individuelle et privée sont interdites.

Extrait gratuit de document, le document original comporte 4 pages.