Énoncés des exercices

Exercice 1 [Indication] [Correction]

a, b, c, d étant des réels, résoudre $z + |z| = a + ib$, puis $|z| - z = c + id$

Exercice 2 [Indication] [Correction]

On suppose que $-\pi < \varphi \leq \pi$. Module et argument des nombres complexes suivants :
$a = 1 + \cos\varphi + i\sin\varphi$, $b = \sin\varphi + i(1 + \cos\varphi)$, $c = \cos\varphi + i(1 + \sin\varphi)$.

Exercice 3 [Indication] [Correction]

Module et argument de $a = \dfrac{(1 + i\tan\theta)^2}{1 + \tan^2\theta}$ et $b = \dfrac{1 - \cos\theta + i\sin\theta}{1 + \cos\theta - i\sin\theta}$.

Exercice 4 [Indication] [Correction]

Du calcul de $(1 + i)(\sqrt{3} + i)$, déduire $\cos\dfrac{\pi}{12}$ et $\sin\dfrac{\pi}{12}$.

Exercice 5 [Indication] [Correction]

Simplifier le nombre complexe $z = \left(\dfrac{1 + i\sqrt{3}}{1 - i}\right)^{20}$.

Exercice 6 [Indication] [Correction]

Simplifier $z = (1 + i\sqrt{3})^n + (1 - i\sqrt{3})^n$.

©EduKlub S.A.
Tous droits de l'auteur des œuvres réservés. Sauf autorisation, la reproduction ainsi que toute utilisation des œuvres autre que la consultation individuelle et privée sont interdites.

Extrait gratuit de document, le document original comporte 5 pages.

Indications ou résultats

Indication pour l'exercice 1 [Retour à l'énoncé]

1. Si $a+ib=0$, on trouve les réels négatifs ou nuls.
   Si $a+ib\neq 0$, poser $a+ib=re^{i\varphi}$, avec $r>0$ et $-\pi<\varphi\leq\pi$.
   Si $a\leq 0$, il n'y a pas de solution, sinon on trouve $z=\dfrac{a^2-b^2}{2a}+ib$
2. Il faut $c>0$ et on trouve alors $z=\dfrac{d^2-c^2}{2c}-id$.

Indication pour l'exercice 2 [Retour à l'énoncé]

- On trouve $|a|=2\cos\frac{\varphi}{2}$. Si $a\neq 0$ alors $\arg a=\frac{\varphi}{2}\pmod{2\pi}$.
- Utiliser $b=i\,\overline{a}$ et ce qui précède.
- On trouve $\arg(c)=2\left|\sin\left(\frac{\pi}{4}+\frac{\varphi}{2}\right)\right|$.
  Si $-\pi<\varphi<-\frac{\pi}{2}$, alors $\arg(c)=\frac{5\pi}{4}+\frac{\varphi}{2}\pmod{2\pi}$.
  Si $-\frac{\pi}{2}<\varphi\leq\pi$, alors $\arg(c)=\frac{\pi}{4}+\frac{\varphi}{2}\pmod{2\pi}$.

Indication pour l'exercice 3 [Retour à l'énoncé]

- On obtient $|a|=1$ et $\arg(a)=2\theta\pmod{2\pi}$.
- On obtient $|b|=\left|\tan\frac{\theta}{2}\right|$ et $\arg(b)=\varepsilon\frac{\pi}{2}\pmod{2\pi}$

Indication pour l'exercice 4 [Retour à l'énoncé]

On trouve $\cos\frac{\pi}{12}=\frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{4}$ et $\sin\frac{\pi}{12}=\frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{4}$.

Indication pour l'exercice 5 [Retour à l'énoncé]

On trouve $z=512(-1+i\sqrt{3})$.

Indication pour l'exercice 6 [Retour à l'énoncé]

En notant $n=6q+r$, avec $0\leq r\leq 5$, on obtient $z=2^{n+1}\cos\frac{r\pi}{3}$.

 ©EduKlub S.A.
Tous droits de l'auteur des œuvres réservés. Sauf autorisation, la reproduction ainsi que toute utilisation des œuvres autre que la consultation individuelle et privée sont interdites.

Extrait gratuit de document, le document original comporte 5 pages.