Énoncés des exercices

Exercice 1 [Indication] [Correction]

Soient a, b deux entiers relatifs ($b \neq 0$) et n un entier naturel. Montrer que $P = \dfrac{1}{n!}X^n(a-bX)^n$ et toutes ses dérivées prennent des valeurs entières en $x = 0$ et en $x = \dfrac{a}{b}$.

Exercice 2 [Indication] [Correction]

Trouver un polynôme P tel que $P(1) = 3$, $P'(1) = 4$, $P''(1) = 5$ et $\forall\, n \geq 3$, $P^{(n)}(1) = 0$.

Exercice 3 [Indication] [Correction]

Pour tous polynômes P et Q de $\mathbb{C}[X]$, on pose $[P, Q] = \overline{P}Q - P\overline{Q}$.

1. Discuter le degré de $[P, Q]$ si $\deg P = p$ et $\deg Q = q$.
2. Montrer que pour tous polynômes P, Q, R : $[[P, Q], R] + [[Q, R], P] + [[R, P], Q] = 0$.

Exercice 4 [Indication] [Correction]

Un polynôme unitaire P de degré n vérifie : $nP = (X - a)P' + 2bP''$.
Déterminer les coefficients de P ordonnés suivant les puissances de $X - a$.

Exercice 5 [Indication] [Correction]

Soient A et B deux polynômes à coefficients entiers.
On suppose que les coefficients de A sont premiers entre eux dans leur ensemble, et qu'il en est de même pour B. Montrer qu'il en est de même pour AB.

©EduKlub S.A.
Tous droits de l'auteur des œuvres réservés. Sauf autorisation, la reproduction ainsi que toute utilisation des œuvres autre que la consultation individuelle et privée sont interdites.

Extrait gratuit de document, le document original comporte 4 pages.