Énoncés des exercices

Exercice 1 [Indication] [Correction]

Décomposer en élément simples dans $\mathbb{R}(X)$: $R = \dfrac{n!}{x(x+1)(x+2)\cdots(x+n)}$.

Exercice 2 [Indication] [Correction]

Décomposer en élément simples dans $\mathbb{C}(X)$: $R = \dfrac{1}{x^4(x-i)^3}$

Exercice 3 [Indication] [Correction]

Décomposer dans $\mathbb{R}(X)$: $R = \dfrac{1-abx^2}{x^n(1-ax)(1-bx)}$ (avec $a, b \neq 0$, $a \neq b$, $n \geq 1$).

Exercice 4 [Indication] [Correction]

Même question avec $R = \dfrac{x^{11}}{(x^2+x+1)^4}$

Exercice 5 [Indication] [Correction]

Même question avec $R = \dfrac{x^5-x^2+1}{(x^2+1)^2(x+1)^2}$

©EduKlub S.A.
Tous droits de l'auteur des œuvres réservés. Sauf autorisation, la reproduction ainsi que toute utilisation des œuvres autre que la consultation individuelle et privée sont interdites.

Extrait gratuit de document, le document original comporte 5 pages.

Indications ou résultats

Indication pour l'exercice 1 [Retour à l'énoncé]

Pour tout k de $\{0,\dots,n\}$, multiplier R par $x+k$ et poser $x=-k$.

On trouve $R=\displaystyle\sum_{k=0}^{n}\frac{(-1)^k \mathrm{C}_n^k}{x+k}$.

Indication pour l'exercice 2 [Retour à l'énoncé]

Considérer le développement limité $\dfrac{1}{(x-i)^3}=a+bx+cx^2+dx^3+\mathrm{o}(x^3)$.

On trouve $\dfrac{1}{x^4(x-i)^3}=-\dfrac{i}{x^4}-\dfrac{3}{x^3}+\dfrac{6i}{x^2}+\dfrac{10}{x}+\dfrac{1}{(x-i)^3}+\dfrac{4i}{(x-i)^2}-\dfrac{10}{x-i}$.

Indication pour l'exercice 3 [Retour à l'énoncé]

Écrire $R=\dfrac{1-abx^2}{x^n(1-ax)(1-bx)}=\dfrac{\lambda}{1-ax}+\dfrac{\mu}{1-bx}+\displaystyle\sum_{k=1}^{n}\frac{\alpha_{n-k}}{x^k}\quad(1)$

On trouve d'abord $\lambda=a^n$ et $\mu=b^n$.

On multiplie par $x^n(1-ax)(1-bx)$ et on développe.

Il en résulte des relations de récurrence sur les coefficients α.

On trouve finalement $R=\dfrac{a^n}{1-ax}+\dfrac{b^n}{1-bx}+\displaystyle\sum_{k=1}^{n}\frac{a^{n-k}+b^{n-k}}{x^k}$.

Indication pour l'exercice 4 [Retour à l'énoncé]

On procède à des divisions successives de $A=x^{11}$ par $B=x^2+x+1$.

On trouve $R=x^3-4x^2+6x-\dfrac{x+1}{(x^2+x+1)^4}+\dfrac{3x+7}{(x^2+x+1)^3}+\dfrac{3x-15}{(x^2+x+1)^2}-\dfrac{15x-9}{(x^2+x+1)}$.

Indication pour l'exercice 5 [Retour à l'énoncé]

On trouve $R=\dfrac{-1}{4(x+1)^2}+\dfrac{5}{4(x+1)}-\dfrac{2x-1}{2(x^2+1)^2}-\dfrac{x+2}{4(x^2+1)}$.

©EduKlub S.A.
Tous droits de l'auteur des œuvres réservés. Sauf autorisation, la reproduction ainsi que toute utilisation des œuvres autre que la consultation individuelle et privée sont interdites.

Extrait gratuit de document, le document original comporte 5 pages.