Énoncés des exercices

Exercice 1 [Indication] [Correction]

Décomposer en élément simples dans $\mathbb{C}(X)$: $R = \dfrac{x}{(x^2+1)(x^2-j^2)^2}$

Exercice 2 [Indication] [Correction]

Décomposer dans $\mathbb{R}(X)$: $R = \dfrac{6}{(x+1)(x^2+x+1)(x^2+x+2)(x^2+x+3)}$

Exercice 3 [Indication] [Correction]

Même question avec $R = \dfrac{1}{x^8+x^4+1}$

Exercice 4 [Indication] [Correction]

Même question avec $R = \dfrac{x^3-x+2}{(x^2+1)^4(x^2+x+1)x}$

Exercice 5 [Indication] [Correction]

Même question avec $R = \dfrac{1}{x^5(1-x)^5(x^2-x+1)}$

©EduKlub S.A.
Tous droits de l'auteur des œuvres réservés. Sauf autorisation, la reproduction ainsi que toute utilisation des œuvres autre que la consultation individuelle et privée sont interdites.

Extrait gratuit de document, le document original comporte 5 pages.

Indications ou résultats

Indication pour l'exercice 1 [Retour à l'énoncé]

La fraction R est impaire.

On trouve $R(x) = \dfrac{j}{2(x-i)} + \dfrac{j}{2(x+i)} - \dfrac{j}{4(x-j)^2} - \dfrac{j}{2(x-j)} + \dfrac{j}{4(x+j)^2} - \dfrac{j}{2(x+j)}$.

Indication pour l'exercice 2 [Retour à l'énoncé]

On trouve $R = \dfrac{1}{x+1} - \dfrac{3x}{x^2+x+1} + \dfrac{3x}{x^2+x+2} - \dfrac{x}{x^2+x+3}$.

Indication pour l'exercice 3 [Retour à l'énoncé]

On commence par factoriser le dénominateur :

$x^8+x^4+1 = (x^4+x^2+1)(x^4-x^2+1)$ puis $\begin{cases} x^4+x^2+1 = (x^2+x+1)(x^2-x+1) \\ x^4-x^2+1 = (x^2+x\sqrt{3}+1)(x^2-x\sqrt{3}+1) \end{cases}$

La fraction R est paire. On a aussi $R(ix) = R(x)$.

Finalement $R = \dfrac{1}{4(x^2+x+1)} + \dfrac{1}{4(x^2-x+1)} + \dfrac{2x\sqrt{3}+3}{12(x^2+x\sqrt{3}+1)} - \dfrac{2x\sqrt{3}-3}{12(x^2-x\sqrt{3}+1)}$.

Indication pour l'exercice 4 [Retour à l'énoncé]

On trouve $R = \dfrac{2}{x} + \dfrac{4x+1}{x^2+x+1} + \dfrac{2(x-1)}{(x^2+1)^4} - \dfrac{x+4}{(x^2+1)^3} - \dfrac{5x+1}{(x^2+1)^2} - \dfrac{3(2x-1)}{x^2+1}$.

Indication pour l'exercice 5 [Retour à l'énoncé]

On commence par constater que $R(x) = R(1-x)$.

On est amené à utiliser le développement limité $x^5R(x) = a+bx+cx^2+dx^3+ex^4+o(x^4)$.

Finalement :

$R = \dfrac{1}{x^5} + \dfrac{6}{x^4} + \dfrac{20}{x^3} + \dfrac{49}{x^2} + \dfrac{99}{x} + \dfrac{1}{(1-x)^5} + \dfrac{6}{(1-x)^4} + \dfrac{20}{(1-x)^3} + \dfrac{49}{(1-x)^2} + \dfrac{99}{1-x} + \dfrac{1}{x^2-x+1}$.

 ©EduKlub S.A.
Tous droits de l'auteur des œuvres réservés. Sauf autorisation, la reproduction ainsi que toute utilisation des œuvres autre que la consultation individuelle et privée sont interdites.

Extrait gratuit de document, le document original comporte 5 pages.