CH 14 : SYSTEMES DE POINTS MATERIELS

Plan *(Cliquer sur le titre pour accéder au paragraphe)*

* *

I. QUANTITE DE MOUVEMENT TOTALE 1
II. CENTRE D'INERTIE 1
III. REFERENTIEL BARYCENTRIQUE OU DU CENTRE DE MASSE 2
III.1. DEFINITION 2
III.2. PROPRIETE 2
IV. MOMENT CINETIQUE TOTAL 2
IV.1. DEFINITION 2
IV.2. MOMENT CINETIQUE BARYCENTRIQUE 2
IV.3. PREMIER THEOREME DE KÖNIG 2
V. THEOREME DE LA RESULTANTE CINETIQUE 3
V.1. ENONCE DU THEOREME 3
V.2. CAS D'UN SYSTEME ISOLE 3
VI. THEOREMES DU MOMENT CINETIQUE 3
VI.1. EXPRESSION DANS UN REFERENTIEL QUELCONQUE 3
VI.2. EXPRESSION DANS LE REFERENTIEL BARYCENTRIQUE 4
VI.3. CAS D'UN SYSTEME ISOLE 4
VII. ENERGIE CINETIQUE D'UN SYSTEME DE PARTICULES 4
VII.1. EXPRESSION DE L'ENERGIE 4
VII.2. DEUXIEME THEOREME DE KÖNIG 4
VII.3. THEOREME DE L'ENERGIE CINETIQUE 5
VIII. ENERGIE MECANIQUE 5
VIII.1. ENERGIE POTENTIELLE 5
VIII.2. CAS OU TOUTES LES FORCES SONT CONSERVATIVES 5

* *

I. QUANTITE DE MOUVEMENT TOTALE

Soit (S) un système de n particules de masse m_i, de quantité de mouvement $\vec{p}_i$, dans un référentiel (R) ; la quantité de mouvement totale s'écrit :

$$\vec{p} = \sum_{i=1}^{n} \vec{p}_i$$

Rq : $\vec{p}$ est aussi appelée « **résultante cinétique** » du système (S).

II. CENTRE D'INERTIE

• Le centre d'inertie du système (S) est un point G tel que :

$$\overrightarrow{OG} = \frac{\sum_{i=1}^{n} m_i \overrightarrow{OM_i}}{\sum_{i=1}^{n} m_i}$$

Rq : en prenant pour origine le point G, il vient : $\sum_{i=1}^{n} m_i \overrightarrow{GM_i} = \vec{0}$

 © EduKlub S.A.
Tous droits de l'auteur des œuvres réservés. Sauf autorisation, la reproduction ainsi que toute utilisation des œuvres autre que la consultation individuelle et privée sont interdites.

Extrait gratuit de document, le document original comporte 5 pages.

• Posons $m=\sum_{i=1}^{n} m_i$, et dérivons la relation précédente par rapport au temps :

$$m\frac{d\overrightarrow{OG}}{dt}=\sum_{i=1}^{n} m_i\frac{d\overrightarrow{OM_i}}{dt} \Rightarrow m\vec{v}_G=\sum_{i=1}^{n} m_i\vec{v}_i \quad \text{ou :} \quad \boxed{\vec{p}=m\vec{v}_G} \quad (1)$$

Rq : la résultante cinétique est égale à la quantité de mouvement d'un point matériel fictif, confondu avec G et affecté de toute la masse du système.

III. REFERENTIEL BARYCENTRIQUE OU DU CENTRE DE MASSE

III.1. DEFINITION

Le référentiel barycentrique (R*) du système (S), relativement au référentiel (R), est animé par rapport à (R) d'un mouvement de **translation** de vitesse $\vec{v}_G(t)$ et a pour origine G.

III.2. PROPRIETE

D'après la relation (1), on a dans (R*) : $\vec{v}_G^{\,*}=\vec{0} \Rightarrow \boxed{\vec{p}^{\,*}=\vec{0}}$

Rq : cette propriété ne suffit pas à définir (R*), car pour un référentiel (où G serait fixe) en rotation par rapport à (R), on aurait également $\vec{p}^{\,*}=\vec{0}$.

IV. MOMENT CINETIQUE TOTAL

IV.1. DEFINITION

Pour le système (S), dans le référentiel (R), par rapport à un point O quelconque, on définit le moment cinétique total par :

$$\boxed{\vec{\sigma}_{o/R}=\sum_{i=1}^{n}\overrightarrow{OM_i}\wedge\vec{p}_i}$$

IV.2. MOMENT CINETIQUE BARYCENTRIQUE

• Le moment cinétique barycentrique s'écrit : $\vec{\sigma}_o^{\,*}=\sum_{i=1}^{n}\overrightarrow{OM_i}\wedge\vec{p}_i^{\,*}$

• Montrons que ce moment cinétique est **indépendant du point O** choisi ; on a :

$$\vec{\sigma}_{o'}^{\,*}=\sum_{i=1}^{n}\overrightarrow{O'M_i}\wedge\vec{p}_i^{\,*}=\vec{\sigma}_o^{\,*}+\overrightarrow{O'O}\wedge\left(\sum_{i=1}^{n}\vec{p}_i^{\,*}\right) \text{ ; or : } \sum_{i=1}^{n}\vec{p}_i^{\,*}=\vec{0} \Rightarrow \boxed{\vec{\sigma}_{o'}^{\,*}=\vec{\sigma}_o^{\,*}=\vec{\sigma}^{\,*}}$$

Rq : il est souvent commode de prendre le G comme origine ⇒ dans ce cas : $\boxed{\vec{\sigma}^{\,*}=\sum_{i=1}^{n}\overrightarrow{GM_i}\wedge\vec{p}_i^{\,*}}$

IV.3. PREMIER THEOREME DE KÖNIG

Nous allons relier le moment cinétique dans le référentiel (R) au moment cinétique barycentrique , soit :

$$\vec{\sigma}_{o/R}=\sum_{i=1}^{n}\overrightarrow{OM_i}\wedge\vec{p}_i=\sum_{i=1}^{n}\overrightarrow{OM_i}\wedge m_i\vec{v}_i=\sum_{i=1}^{n}\overrightarrow{OM_i}\wedge m_i(\vec{v}_G+\vec{v}_i^{\,*})=\sum_{i=1}^{n}\overrightarrow{OM_i}\wedge m_i\vec{v}_i^{\,*}+\sum_{i=1}^{n}m_i\overrightarrow{OM_i}\wedge\vec{v}_G \Rightarrow$$

puisque $m\overrightarrow{OG}=\sum_{i=1}^{n}m_i\overrightarrow{OM_i}$: $\boxed{\vec{\sigma}_{o/R}=\vec{\sigma}^{\,*}+m\overrightarrow{OG}\wedge\vec{v}_G=\vec{\sigma}^{\,*}+\overrightarrow{OG}\wedge\vec{p}}$

© EduKlub S.A.
Tous droits de l'auteur des œuvres réservés. Sauf autorisation, la reproduction ainsi que toute utilisation des œuvres autre que la consultation individuelle et privée sont interdites.

Extrait gratuit de document, le document original comporte 5 pages.