Énoncés des exercices

Exercice 1 [Indication] [Correction]

Calculer le rang de la matrice A définie par $A = \begin{pmatrix} 1 & 2^2 & \dots & n^2 \\ 2^2 & 3^2 & \dots & (n+1)^2 \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ n^2 & (n+1)^2 & \dots & (2n)^2 \end{pmatrix}$

Exercice 2 [Indication] [Correction]

Calculer le rang de la matrice A définie par $A = \begin{pmatrix} 75 & 0 & 116 & 39 & 0 \\ 171 & -69 & 402 & 123 & 45 \\ 301 & 0 & 87 & -417 & -169 \\ 114 & -46 & 268 & 82 & 30 \end{pmatrix}$.

Exercice 3 [Indication] [Correction]

Calculer le rang de la matrice A définie par $A = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 3 & -1 & -1 & -2 \\ 2 & -1 & 1 & 0 & -2 & -2 \\ -2 & -5 & 8 & -4 & 3 & -1 \\ 6 & 0 & -1 & 2 & -7 & -5 \\ -1 & -1 & 1 & -1 & 2 & 1 \end{pmatrix}$.

Exercice 4 [Indication] [Correction]

Dans $\mathbb{R}^4$, on pose $\varepsilon_1 = (1,1,1,0)$, $\varepsilon_2 = (2,1,1,1)$, $\varepsilon_3 = (1,0,1,2)$ et $\varepsilon_4 = (1,-1,-1,1)$.

Montrer que $\varepsilon_1, \varepsilon_2, \varepsilon_3, \varepsilon_4$ forment une base de $\mathbb{R}^4$.

Calculer les coordonnées du vecteur $v = (1,2,3,4)$ dans cette base.

Exercice 5 [Indication] [Correction]

On pose $\begin{cases} u_1 = (1,-1,2,3,4) & u_2 = (2,1,-1,2,0) \quad u_3 = (-1,2,1,1,3) \\ u_4 = (1,5,-8,-5,-12) & u_5 = (3,-7,8,9,13) \end{cases}$

Déterminer le rang de la famille u_1, u_2, u_3, u_4, u_5 et former un système d'équations du sous-espace de $\mathbb{R}^5$ qu'ils engendrent.

Tous droits de l'auteur des œuvres réservés. Sauf autorisation, la reproduction ainsi que toute utilisation des œuvres autre que la consultation individuelle et privée sont interdites.

Extrait gratuit de document, le document original comporte 5 pages.

Indications ou résultats

Indication pour l'exercice 1 [Retour à l'énoncé]

Observer que le terme général de A s'écrit $a_{ij} = (j-1)^2 + 2i(j-1) + i^2$.

En déduire des égalités $\mathrm{L}_i = U + 2iV + i^2 W$, puis que $\operatorname{rang} A \leq 3$.

Traiter enfin les cas particuliers $n = 1$, $n = 2$, puis $n \geq 3$.

Indication pour l'exercice 2 [Retour à l'énoncé]

Constater que $\mathrm{L}_2 = \frac{3}{2}\mathrm{L}_4$, puis retirer L_2.

Une simple permutation des colonnes suffit à obtenir une matrice échelonnée.

Indication pour l'exercice 3 [Retour à l'énoncé]

Le rang de la matrice A est égal à 3.

Indication pour l'exercice 4 [Retour à l'énoncé]

Montrer que la matrice P de la famille (ε) dans la base canonique est inversible et calculer son inverse par la méthode du pivot.

Utiliser enfin que la colonne des coordonnées de v dans (ε) est reliée à la colonne des coordonnées de v dans (e) par $[v]_e = P[v]_\varepsilon$.

Indication pour l'exercice 5 [Retour à l'énoncé]

Former la matrice A de la famille $u_1, \ldots, u_5$ dans la base canonique.

Border A à droite par la colonne des coordonnées d'un vecteur $v = (x_1, x_2, x_3, x_4, x_5)$.

Procéder à des opérations élémentaires sur les lignes de B.

Justifier que v appartient au sous-espace engendré par $u_1, \ldots, u_5 \Leftrightarrow \operatorname{rang} A = \operatorname{rang} B$.

On trouve $\operatorname{rang} A = 3$, puis : $v(x_1, \ldots, x_5) \in \operatorname{Im} A \Leftrightarrow \begin{cases} 9x_1 + 4x_2 + 8x_3 - 7x_4 = 0 \\ x_2 + 3x_3 + x_4 - 2x_5 = 0 \end{cases}$

 ©EduKlub S.A.
Tous droits de l'auteur des œuvres réservés. Sauf autorisation, la reproduction ainsi que toute utilisation des œuvres autre que la consultation individuelle et privée sont interdites.

Extrait gratuit de document, le document original comporte 5 pages.