

Énoncés des exercices

EXERCICE 1 [[Indication](#)] [[Correction](#)]

Résoudre le système (S)
$$\begin{cases} x + y + mz = m \\ x + my - z = 1 \\ x + y - z = 1 \end{cases}$$
, où m est un paramètre réel ou complexe.

EXERCICE 2 [[Indication](#)] [[Correction](#)]

Résoudre le système (S)
$$\begin{cases} x + y + (1 - m)z = m + 2 \\ (1 + m)x - y + 2z = 0 \\ 2x - my + 3z = m + 2 \end{cases}$$
 (m un paramètre réel ou complexe.)

EXERCICE 3 [[Indication](#)] [[Correction](#)]

Résoudre le système (S)
$$\begin{cases} ax + by + z = 1 \\ x + aby + z = b \\ x + by + az = 1 \end{cases}$$
 (a, b paramètres réels ou complexes)

EXERCICE 4 [[Indication](#)] [[Correction](#)]

Résoudre le système (S)
$$\begin{cases} x + ay + a^2z + a^3t = a \\ ax + a^2y + a^3z + t = a^2 \\ a^2x + a^3y + z + at = a^3 \\ a^3x + y + az + a^2t = a^4 \end{cases}$$
 (a un paramètre réel ou complexe.)

EXERCICE 5 [[Indication](#)] [[Correction](#)]

Résoudre (S)
$$\begin{cases} ax + iy + z + 2it = 1 \\ ix - ay + 2iz - t = i \\ x - 2iy - az + it = 1 \\ 2ix + y - iz - at = -i \end{cases}$$
 (où a est un paramètre complexe.)

Indications ou résultats

INDICATION POUR L'EXERCICE 1 [Retour à l'énoncé]

- Si $m = -1$, le système n'a pas de solution.
- Si $m = 1$, la solution générale est $(x, y, z) = (1, 0, 0) + y(-1, 1, 0)$, avec $y \in \mathbb{K}$.
- Si $m \notin \{-1, 1\}$, la solution unique est $x = \frac{2m}{m+1}, y = 0, z = \frac{m-1}{m+1}$.

INDICATION POUR L'EXERCICE 2 [Retour à l'énoncé]

- Si $m = 2$, le système n'a pas de solution.
- Si $m = 0$, la solution générale est $(x, y, z) = (4, 0, -2) + y(-3, 1, 2)$, avec $y \in \mathbb{K}$.
- Si $m = -2$, la solution générale est $(x, y, z) = x(1, -1, 0)$, avec $x \in \mathbb{K}$.
- Si $m \notin \{-2, 0, 2\}$, la solution unique est $x = \frac{1}{m-2}, y = \frac{3+m}{2-m}, z = \frac{2+m}{2-m}$.

INDICATION POUR L'EXERCICE 3 [Retour à l'énoncé]

- Si $a = -2$ et $b \neq -2$, le système (S) n'a pas de solution.
- Si $(a, b) = (-2, -2)$, la solution générale est $(x, y, z) = (-1, 0, -1) + y(-2, 1, -2)$, ($y \in \mathbb{K}$).
- Si $a = 1$ et $b \neq 1$, le système (S) n'a pas de solution.
- Si $a = 1$ et $b = 1$, le système (S) équivaut à $x + y + z = 1$.
- Si $a \notin \{-2, 1\}$, et $b = 0$, il n'y a pas de solution.
- Si $a \notin \{-2, 1\}, b \neq 0$: solution unique $x = \frac{a-b}{(a-1)(a+2)}, y = \frac{ab+b-2}{b(a-1)(a+2)}, z = \frac{a-b}{(a-1)(a+2)}$.

INDICATION POUR L'EXERCICE 4 [Retour à l'énoncé]

- Si $a \notin \{1, i, -1, -i\}$, alors $(S) \Leftrightarrow \begin{cases} x = a \\ y = z = t = 0 \end{cases}$
- Sinon, $(S) \Leftrightarrow (x, y, z, t) = (a, 0, 0, 0) + y(-a, 1, 0, 0) + z(-a^2, 0, 1, 0) + t(-a^3, 0, 0, 1)$.

INDICATION POUR L'EXERCICE 5 [Retour à l'énoncé]

Soit M la matrice du système. Remarquer que ${}^TMM = \lambda I_4$, avec $\lambda = a^2 - 4$.

- Si $a \notin \{-2, 2\}$ la solution unique est $\frac{1}{a-2}(1, -i, -1, i)$.
- Si $a = 2$, le système (S) n'a pas de solution.
- Si $a = -2$, la solution générale est $(x, y, z, t) = (-1, i, 0, 0) + \frac{z}{3}(4, -5i, 3, 0) + \frac{t}{3}(5i, 4, 0, 3)$.