Énoncés des exercices

Exercice 1 [Indication] [Correction]

Résoudre le système (S) $\begin{cases} x+y+mz=m \\ x+my-z=1 \\ x+y-z=1 \end{cases}$, où m est un paramètre réel ou complexe.

Exercice 2 [Indication] [Correction]

Résoudre le système (S) $\begin{cases} x+y+(1-m)z=m+2 \\ (1+m)x-y+2z=0 \\ 2x-my+3z=m+2 \end{cases}$ (m un paramètre réel ou complexe.)

Exercice 3 [Indication] [Correction]

Résoudre le système (S) $\begin{cases} ax+by+z=1 \\ x+aby+z=b \\ x+by+az=1 \end{cases}$ (a, b paramètres réels ou complexes)

Exercice 4 [Indication] [Correction]

Résoudre le système (S) $\begin{cases} x+ay+a^2z+a^3t=a \\ ax+a^2y+a^3z+t=a^2 \\ a^2x+a^3y+z+at=a^3 \\ a^3x+y+az+a^2t=a^4 \end{cases}$ (a un paramètre réel ou complexe.)

Exercice 5 [Indication] [Correction]

Résoudre (S) $\begin{cases} ax+iy+z+2it=1 \\ ix-ay+2iz-t=i \\ x-2iy-az+it=1 \\ 2ix+y-iz-at=-i \end{cases}$ (où a est un paramètre complexe.)

©EduKlub S.A.
Tous droits de l'auteur des œuvres réservés. Sauf autorisation, la reproduction ainsi que toute utilisation des œuvres autre que la consultation individuelle et privée sont interdites.

Extrait gratuit de document, le document original comporte 5 pages.

Indications ou résultats

Indication pour l'exercice 1 [Retour à l'énoncé]

- Si $m = -1$, le système n'a pas de solution.
- Si $m = 1$, la solution générale est $(x, y, z) = (1, 0, 0) + y(-1, 1, 0)$, avec $y \in \mathbb{K}$.
- Si $m \notin \{-1, 1\}$, la solution unique est $x = \frac{2m}{m+1}, y = 0, z = \frac{m-1}{m+1}$.

Indication pour l'exercice 2 [Retour à l'énoncé]

- Si $m = 2$, le système n'a pas de solution.
- Si $m = 0$, la solution générale est $(x, y, z) = (4, 0, -2) + y(-3, 1, 2)$, avec $y \in \mathbb{K}$.
- Si $m = -2$, la solution générale est $(x, y, z) = x(1, -1, 0)$, avec $x \in \mathbb{K}$.
- Si $m \notin \{-2, 0, 2\}$, la solution unique est $x = \frac{1}{m-2}, y = \frac{3+m}{2-m}, z = \frac{2+m}{2-m}$.

Indication pour l'exercice 3 [Retour à l'énoncé]

- Si $a = -2$ et $b \neq -2$, le système (S) n'a pas de solution.
- Si $(a, b) = (-2, -2)$, la solution générale est $(x, y, z) = (-1, 0, -1) + y(-2, 1, -2)$, $(y \in \mathbb{K})$.
- Si $a = 1$ et $b \neq 1$, le système (S) n'a pas de solution.
- Si $a = 1$ et $b = 1$, le système (S) équivaut à $x + y + z = 1$.
- Si $a \notin \{-2, 1\}$, et $b = 0$, il n'y a pas de solution.
- Si $a \notin \{-2, 1\}, b \neq 0$: solution unique $x = \frac{a-b}{(a-1)(a+2)}, y = \frac{ab+b-2}{b(a-1)(a+2)}, z = \frac{a-b}{(a-1)(a+2)}$.

Indication pour l'exercice 4 [Retour à l'énoncé]

- Si $a \notin \{1, i, -1, -i\}$, alors $(S) \Leftrightarrow \begin{cases} x = a \\ y = z = t = 0 \end{cases}$
- Sinon, $(S) \Leftrightarrow (x, y, z, t) = (a, 0, 0, 0) + y(-a, 1, 0, 0) + z(-a^2, 0, 1, 0) + t(-a^3, 0, 0, 1)$.

Indication pour l'exercice 5 [Retour à l'énoncé]

Soit M la matrice du système. Remarquer que ${}^TMM = \lambda I_4$, avec $\lambda = a^2 - 4$.

- Si $a \notin \{-2, 2\}$ la solution unique est $\frac{1}{a-2}(1, -i, -1, i)$.
- Si $a = 2$, le système (S) n'a pas de solution.
- Si $a = -2$, la solution générale est $(x, y, z, t) = (-1, i, 0, 0) + \frac{z}{3}(4, -5i, 3, 0) + \frac{t}{3}(5i, 4, 0, 3)$.

 ©EduKlub S.A.
Tous droits de l'auteur des œuvres réservés. Sauf autorisation, la reproduction ainsi que toute utilisation des œuvres autre que la consultation individuelle et privée sont interdites.

Extrait gratuit de document, le document original comporte 5 pages.