

## Énoncés des exercices

EXERCICE 1 [ [Indication](#) ] [ [Correction](#) ]

Calculer le déterminant  $D = \begin{vmatrix} 0 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & c^2 & b^2 \\ 1 & c^2 & 0 & a^2 \\ 1 & b^2 & a^2 & 0 \end{vmatrix}$

EXERCICE 2 [ [Indication](#) ] [ [Correction](#) ]

Calculer le déterminant  $D = \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & -1 & -1 \\ 1 & -1 & -1 & 1 \\ 1 & -1 & 1 & -1 \end{vmatrix}$  puis  $\Delta = \begin{vmatrix} a & b & c & d \\ b & a & d & c \\ c & d & a & b \\ d & c & b & a \end{vmatrix}$

EXERCICE 3 [ [Indication](#) ] [ [Correction](#) ]

Calculer le déterminant  $D = \begin{vmatrix} 0 & x & y & z \\ -x & 0 & w & -v \\ -y & -w & 0 & u \\ -z & v & -u & 0 \end{vmatrix}$

EXERCICE 4 [ [Indication](#) ] [ [Correction](#) ]

Calculer le déterminant  $D = \begin{vmatrix} 1 & x & x^2 & x^3 \\ x^3 & x^2 & x & 1 \\ 1 & 2x & 3x^2 & 4x^3 \\ 4x^3 & 3x^2 & 2x & 1 \end{vmatrix}$

EXERCICE 5 [ [Indication](#) ] [ [Correction](#) ]

Calculer le déterminant  $D = \begin{vmatrix} x & a & b & x \\ a & x & x & b \\ b & x & x & a \\ x & b & a & x \end{vmatrix}$

## Indications ou résultats

### INDICATION POUR L'EXERCICE 1 [Retour à l'énoncé]

Retrancher par exemple  $C_3$  à  $C_2$  et  $C_4$ , puis développer par rapport à  $L_1$ .

On trouve  $D = (a + b + c)(a - b + c)(a + b - c)(a - b - c)$ .

### INDICATION POUR L'EXERCICE 2 [Retour à l'énoncé]

Ajouter toutes les lignes à  $L_1$  puis développer par rapport à  $L_1$ . On trouve  $D = 16$ .

Pour simplifier, poser 
$$\begin{cases} \alpha = a + b + c + d, & \beta = a + b - c - d \\ \gamma = a - b - c + d, & \delta = a - b + c - d \end{cases}$$

Considérer le produit  $\Delta D$  et en déduire  $\Delta = \alpha\beta\gamma\delta$ .

### INDICATION POUR L'EXERCICE 3 [Retour à l'énoncé]

Développer par rapport à la première colonne.

Calculer chacun des déterminants  $3 \times 3$  qui apparaissent.

En déduire  $D = (ux + vy + wz)^2$ .

### INDICATION POUR L'EXERCICE 4 [Retour à l'énoncé]

Effectuer les opérations  $L_3 \leftarrow L_3 - L_1$  et  $L_4 \leftarrow L_4 - 4L_2$  puis  $L_2 \leftarrow L_2 - x^3L_1$ .

Développer ensuite par rapport à la première colonne, puis factoriser.

Après d'autres opérations élémentaires, obtenir  $D = x^2(x^2 - 1)^4$ .

### INDICATION POUR L'EXERCICE 5 [Retour à l'énoncé]

Ajouter toutes les lignes à la première et factoriser la somme constante obtenue.

Effectuer ensuite les opérations  $C_3 \leftarrow C_3 - C_2$  et  $C_4 \leftarrow C_4 - C_1$ .

Factoriser par  $(b - a)^2$ , et développer par rapport à la troisième colonne.

Obtenir finalement  $D = (a + b + 2x)(a + b - 2x)(b - a)^2$ .