# Énoncés des exercices

Exercice 1 [Indication] [Correction]

Calculer le déterminant d'ordre $n$ : $D_n = \begin{vmatrix} x & a & \dots & a \\ a & x & \ddots & \vdots \\ \vdots & \ddots & \ddots & a \\ a & \dots & a & x \end{vmatrix}$

Exercice 2 [Indication] [Correction]

Calculer le déterminant $D_n = \begin{vmatrix} x_1 & a & \dots & a \\ a & x_2 & \ddots & \vdots \\ \vdots & \ddots & \ddots & a \\ a & \dots & a & x_n \end{vmatrix}$

Exercice 3 [Indication] [Correction]

Calculer le déterminant $D_n = \begin{vmatrix} x_1 & a & \dots & a \\ b & x_2 & \ddots & \vdots \\ \vdots & \ddots & \ddots & a \\ b & \dots & b & x_n \end{vmatrix}$

Exercice 4 [Indication] [Correction]

Calculer le déterminant $D = \begin{vmatrix} x & a_1 & a_2 & \dots & a_n \\ a_1 & x & a_2 & \dots & a_n \\ a_1 & a_2 & x & \ddots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \ddots & \ddots & a_n \\ a_1 & a_2 & \dots & a_n & x \end{vmatrix}$

Exercice 5 [Indication] [Correction]

Calculer le déterminant $D = \begin{vmatrix} 1 & 1 & \dots & \dots & 1 \\ b_1 & a_1 & a_1 & \dots & a_1 \\ b_1 & b_2 & a_2 & \dots & a_2 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ b_1 & b_2 & \dots & b_n & a_n \end{vmatrix}$


©EduKlub S.A.
Tous droits de l'auteur des œuvres réservés. Sauf autorisation, la reproduction ainsi que toute utilisation des œuvres autre que la consultation individuelle et privée sont interdites.

Extrait gratuit de document, le document original comporte 5 pages.

# Indications ou résultats

**Indication pour l'exercice 1** [Retour à l'énoncé]

Effectuer $L_1 \leftarrow L_1 + L_2 \cdots + L_n$, puis factoriser $x + (n-1)a$ dans $L_1$.
Retrancher $aL_1$ aux autres lignes. On trouve $D_n = (x + (n-1)a)(x-a)^{n-1}$.

**Indication pour l'exercice 2** [Retour à l'énoncé]

Noter $(e) = e_1, e_2, \ldots, e_n$ la base canonique de $\mathbb{K}^n$, et $u = (1, 1, \ldots, 1)$.

Constater que $D_n = \det_{(e)}((x_1 - a)e_1 + au, (x_2 - a)e_2 + au, \ldots, (x_n - a)e_n + au)$.

Développer par $n$-linéarité, et trouver $D_n = \prod_{k=1}^{n}(x_k - a) + a\sum_{j=1}^{n}\prod_{k\neq j}(x_k - a)$.

**Indication pour l'exercice 3** [Retour à l'énoncé]

Constater qu'on peut écrire $\Delta_n(t) = \det(C_1 + tU, C_2 + tU, \ldots, C_n + tU)$.
Développer par $n$-linéarité et vérifier que $\Delta_n(t)$ s'écrit sous la forme $\alpha + \beta t$.
Poser $t = -a$ puis $t = -b$. En déduire $\Delta_n(t)$.

**Indication pour l'exercice 4** [Retour à l'énoncé]

Effectuer $C_1 \leftarrow C_1 + C_2 + \cdots + C_n$ puis factoriser.

Retrancher $a_1C_1$ à $C_2$, $a_2C_1$ à $C_2$, ..., $a_nC_1$ à $C_{n+1}$.

On trouve $D_{n+1}(x) = \left(x + \sum_{k=1}^{n} a_k\right)\prod_{k=1}^{n}(x - a_k)$.

**Indication pour l'exercice 5** [Retour à l'énoncé]

Effectuer successivement $C_j \leftarrow C_j - C_{j-1}$, de $j = n$ à $j = 2$.

On obtient $D = \prod_{j=1}^{n}(a_j - b_j)$.

 ©EduKlub S.A.
Tous droits de l'auteur des œuvres réservés. Sauf autorisation, la reproduction ainsi que toute utilisation des œuvres autre que la consultation individuelle et privée sont interdites.

Extrait gratuit de document, le document original comporte 5 pages.