Énoncés des exercices

Exercice 1 [Indication] [Correction]

Rayon de convergence R et somme S de la série entière $\sum_{n\geq 0} n^3 x^n$.

Exercice 2 [Indication] [Correction]

Rayon de convergence R et somme S de la série entière $\sum_{n\geq 0} \frac{n^3}{n!} x^n$.

Exercice 3 [Indication] [Correction]

Rayon de convergence R et somme S de la série entière $\sum_{n\geq 2} \frac{x^n}{n^2-1}$.

Exercice 4 [Indication] [Correction]

Rayon de convergence R et somme S de la série entière $\sum_{n\geq 1} \frac{nx^n}{(2n+1)!}$.

Exercice 5 [Indication] [Correction]

Rayon de convergence R et somme S de la série entière $\sum_{n\geq 0} \frac{n^2+4n-1}{n+2} \frac{x^n}{n!}$.

Exercice 6 [Indication] [Correction]

Rayon de convergence R et somme S de la série entière $\sum_{n\geq 0} \frac{x^{4n}}{4n+1}$.

Exercice 7 [Indication] [Correction]

Rayon de convergence et somme de la série entière $\sum_{n\geq 0} \frac{x^n}{3n+2}$.

©EduKlub S.A.
Tous droits de l'auteur des œuvres réservés. Sauf autorisation, la reproduction ainsi que toute utilisation des œuvres autre que la consultation individuelle et privée sont interdites.

Extrait gratuit de document, le document original comporte 6 pages.

Indications ou résultats

Indication pour l'exercice 1 [Retour à l'énoncé]

Le rayon de convergence est 1. Pour calculer la somme , procéder par dérivation de $\sum x^n$.
Décomposer X^3 sur la base $1, X, X(X-1), X(X-1)(X-2)$ de $\mathbb{R}_3[X]$.
En déduire $S(x) = \dfrac{x(x^2+4x+1)}{(1-x)^4}$.

Indication pour l'exercice 2 [Retour à l'énoncé]

On a $R = +\infty$. Utiliser $n^3 = n+3n(n-1)+n(n-1)(n-2)$. En déduire $S(x) = (x+3x^2+x^3)\mathrm{e}^x$.

Indication pour l'exercice 3 [Retour à l'énoncé]

On a $R = 1$. Utiliser le DSE de $\ln(1-x)$ et la décomposition de $\dfrac{1}{X^2-1}$.
En déduire $S(x) = \dfrac{1}{2}\Big(\dfrac{1}{x} - x\Big)\ln(1-x) + \dfrac{1}{2} + \dfrac{x}{4}$.

Indication pour l'exercice 4 [Retour à l'énoncé]

Le rayon est $R = +\infty$. Considérer $T(x) = xS(x^2)$ et calculer $T'(x)$.
En déduire $S(x) = \dfrac{1}{2}\mathrm{ch}\,\sqrt{x} - \dfrac{1}{2\sqrt{x}}\mathrm{sh}\,\sqrt{x}$ sur $\mathbb{R}^{+*}$.
Pour obtenir $S(x)$ sur $\mathbb{R}^{-*}$, poser $U(x) = xS(-x^2)$ et calculer $U'(x)$.
On trouve $S(x) = \dfrac{1}{2}\cos\sqrt{-x} - \dfrac{1}{2\sqrt{-x}}\sin\sqrt{-x}$ sur $\mathbb{R}^{-*}$.

Indication pour l'exercice 5 [Retour à l'énoncé]

On a $R = +\infty$. Poser $T(x) = x^2S(x)$ et calculer $T'(x)$.
Chercher alors $T(x)$ sous la forme $T(x) = (ax^3+bx^2+cx+d)\mathrm{e}^x - d$.
En déduire $S(x) = \Big(x+2-\dfrac{5}{x}+\dfrac{5}{x^2}\Big)\mathrm{e}^x - \dfrac{5}{x^2}$.

Indication pour l'exercice 6 [Retour à l'énoncé]

Le rayon vaut 1. Poser $T(x) = xS(x)$. Trouver $T'(x)$ puis $T(x)$.
On trouve finalement $S(x) = \dfrac{1}{4x}\ln\dfrac{1+x}{1-x} + \dfrac{1}{2x}\arctan x$.

Indication pour l'exercice 7 [Retour à l'énoncé]

On a $R = 1$. Poser $T(x) = x^2S(x^3)$. Décomposer $T'(x)$ en éléments simples.
On trouve $S(x) = \dfrac{1}{\sqrt[3]{x^2}}\Big(-\dfrac{1}{2}\ln(1-\sqrt[3]{x}) + \dfrac{1}{6}\ln(1-x) - \dfrac{1}{\sqrt{3}}\arctan\Big(\dfrac{2\sqrt[3]{x}+1}{\sqrt{3}}\Big) + \dfrac{\pi}{6\sqrt{3}}\Big)$.

 ©EduKlub S.A.
Tous droits de l'auteur des œuvres réservés. Sauf autorisation, la reproduction ainsi que toute utilisation des œuvres autre que la consultation individuelle et privée sont interdites.

Extrait gratuit de document, le document original comporte 6 pages.