Énoncés des exercices

Exercice 1 [Indication] [Correction]

Soient E un espace vectoriel normé et F un sous-espace de E.
On note $\overline{F}$ l'ensemble des points adhérents de F.
Montrer que $\overline{F}$ est un sous-espace de E.

Exercice 2 [Indication] [Correction]

Soit E un espace vectoriel normé de dimension finie, et f un automorphisme de E.
Montrer que $\|f\| \, \|f^{-1}\| \geq 1$.

Exercice 3 [Indication] [Correction]

E est l'espace vectoriel $\mathcal{M}_n(\mathbb{R})$, muni d'une norme quelconque.

1. Montrer que l'ensemble des matrices inversibles est un ouvert de E.
2. Montrer que l'ensemble $O(n)$ des matrices orthogonales est un compact de E.

Exercice 4 [Indication] [Correction]

Soient E et F deux espaces vectoriels normés quelconques sur $\mathbb{K}$.
Soit f une application linéaire de E dans F.
Montrer que les conditions suivantes sont équivalentes :

(a) f est continue en 0.

(b) $\exists \alpha \in \mathbb{K}, \forall x \in E, \|f(x)\| \leq k \|x\|$

(c) f est lipschitzienne sur E.

©EduKlub S.A.
Tous droits de l'auteur des œuvres réservés. Sauf autorisation, la reproduction ainsi que toute utilisation des œuvres autre que la consultation individuelle et privée sont interdites.

Extrait gratuit de document, le document original comporte 4 pages.