

Énoncés des exercices

EXERCICE 1 [Corrigé]

Montrer que $\lim_{n \rightarrow \infty} \prod_{k=1}^n (1 + x^k)$ existe dans \mathbb{R} si $0 < x < 1$.

EXERCICE 2 [Corrigé]

Résoudre le système $(e^x e^{2y} = a, \quad 2xy = 1)$ (avec x, y dans \mathbb{R})

EXERCICE 3 [Corrigé]

Résoudre l'équation $(E) : e^x + e^{1-x} - e - 1 = 0$.

EXERCICE 4 [Corrigé]

Montrer que pour tout x positif ou nul, $(x - 2)e^x + x + 2 \geq 0$.

EXERCICE 5 [Corrigé]

Résoudre $2^{\sin^2 x} = \cos x$.

EXERCICE 6 [Corrigé]

Résoudre $(a^b)^x = a^{(b^x)}$, puis $a^{(b^x)} = b^{(a^x)}$ (avec $a > 0$ et $b > 0$ donnés).

EXERCICE 7 [Corrigé]

Résoudre $4^x - 3^{x-1/2} = 3^{x+1/2} - 2^{2x-1}$.

EXERCICE 8 [Corrigé]

Résoudre le système $\begin{cases} 3^x 5^y = 2^{2x+1} + 2^{2x-1} \\ 3^y 5^x = 2^{2x+2} + 2^{2x-2} \end{cases}$

EXERCICE 9 [Corrigé]

Calculer les dérivées des fonctions suivantes :

$$1. f(x) = e^{1/x} \sqrt{|x(x+1)|} \quad 2. g(x) = e^{e^x} \quad 3. h(x) = e^{\frac{1}{\sqrt{e^2-x^2}}}$$

EXERCICE 10 [Corrigé]

Calculer la dérivée des fonctions suivantes :

$$1. f(x) = x^{(x^x)} \quad 2. g(x) = x^{1/x} \quad 3. h(x) = \left(\frac{x}{n}\right)^{nx} \quad 4. k(x) = \left(\frac{\sin x}{x}\right)^{\frac{x}{\sin x}}$$