Énoncés des exercices

Exercice 1 [Corrigé]

Soit H un point du plan d'un triangle ABC.
Soient A', B', C' les symétriques de H par rapport aux milieux de $[B, C]$, $[C, A]$ et $[A, B]$.
Montrer que les droites (A, A'), (B, B'), (C, C') sont concourantes en un point K situé sur la droite joignant H à l'équibarycentre G du triangle ABC.

Exercice 2 [Corrigé]

Dans le plan, on se donne un quadrilatère $ABCD$ "non croisé".
On note $A'B'C'D'$ le quadrilatère joignant les isobarycentres de BCD, CDA, DAB, ABC.
Comment le quadrilatère $A'B'C'D'$ se déduit-il du quadrilatère $ABCD$?

Exercice 3 [Corrigé]

Dans le plan, on se donne un parallélogramme $ABCD$.
Soient I le milieu de AB et J celui de AD.
Montrer que les droites (IC) et (JC) divisent la diagonale $[B, D]$ en trois parties égales.

Exercice 4 [Corrigé]

On se donne n points $A_1, \ldots, A_n$, avec $n \geq 2$.
Pour tout $k \in \{1, \ldots, n\}$, soit G_k l'équibarycentre des $(A_j)_{j \neq k}$.
Montrer qu'on a l'égalité $\sum_{k=1}^{n} \overrightarrow{A_k G_k} = \overrightarrow{0}$.

Exercice 5 [Corrigé]

On se donne un triangle ABC du plan, et des points A', B', C' sur $(BC), (AC), (AB)$.
On suppose que les droites $(AA'), (BB'), (CC')$ sont sécantes en un point M.
Montrer que $\dfrac{\overline{A'M}}{\overline{A'A}} + \dfrac{\overline{B'M}}{\overline{B'B}} + \dfrac{\overline{C'M}}{\overline{C'C}} = 1$ (théorème de Gergonne.)

Exercice 6 [Corrigé]

Dans le plan, on se donne un quadrilatère $ABCD$ "non croisé".
Montrer que les sept droites suivantes sont concourantes en un même point (lequel ?) :
- Les quatres droites joignant un sommet à l'isobarycentre des trois autres sommets.
- Les deux droites joignant les milieux de deux cotés opposés.
- La droite joignant les milieux des deux diagonales.

Exercice 7 [Corrigé]

Soient A, B, C trois points non alignés du plan. Soit M un point quelconque.
On pose $\lambda_A = \det(\overrightarrow{MB}, \overrightarrow{MC})$, $\lambda_B = \det(\overrightarrow{MC}, \overrightarrow{MA})$ et $\lambda_C = \det(\overrightarrow{MA}, \overrightarrow{MB})$.

1. Montrer que $\lambda_A + \lambda_B + \lambda_C \neq 0$.
2. Montrer que M est le barycentre de $(A, \lambda_A), (B, \lambda_B), (C, \lambda_C)$.
3. Qu'obtient-on pour le centre Ω du cercle circonscrit à ABC ?
4. Que peut-on dire également concernant le centre de gravité du triangle ABC ?
5. Qu'obtient-on enfin concernant le centre du cercle inscrit au triangle ABC ?

Tous droits de l'auteur des œuvres réservés. Sauf autorisation, la reproduction ainsi que toute utilisation des œuvres autre que la consultation individuelle et privée sont interdites.
Extrait gratuit de document, le document original comporte 4 pages.