Énoncés des exercices

Exercice 1 [Indication] [Correction]

Développement limité en 0, à l'ordre $n+1$, de $f(x) = \ln\left(1 + x + \dfrac{x^2}{2!} + \cdots + \dfrac{x^n}{n!}\right)$.

Exercice 2 [Indication] [Correction]

Développement limité en 0, à l'ordre 5, de $f(x) = \sqrt{\sqrt{1+x} + \sqrt{1-x}}$.

Exercice 3 [Indication] [Correction]

Développement limité en 0, à l'ordre 5, de $f(x) = (\tan x)\,\mathrm{e}^{\tan x}$.

Exercice 4 [Indication] [Correction]

Développement limité en 0, à l'ordre 6, de $f(x) = \sqrt{x(\sin x + \operatorname{sh} x - 2x)}$ (pour $x \geq 0$.)

Exercice 5 [Indication] [Correction]

Développement limité en 0, à l'ordre 4, de $f(x) = \sqrt[3]{\arcsin x - x}$.

Exercice 6 [Indication] [Correction]

Développement limité en 0, à l'ordre 3, de $f(x) = \dfrac{1}{x^2} - \dfrac{1}{\arcsin^2 x}$.

Exercice 7 [Indication] [Correction]

Développement limité en 0, à l'ordre 3, de $f(x) = \dfrac{\sqrt{1+x} - \sqrt[3]{1-3x}}{\sqrt[3]{1+\frac{3}{2}x} + \sqrt{4+5x}}$.

Exercice 8 [Indication] [Correction]

On définit une suite de fonctions (f_n) par : $f_0(x) = 1 - x$, et $f_{n+1}(x) = \dfrac{1}{2 - f_n(x)}$.

Développement limité en 0, à l'ordre 5, de $f_n(x)$.

Exercice 9 [Indication] [Correction]

Montrer que l'équation $\tan x = x$ possède une solution unique x_n dans $I_n =]n\pi - \frac{\pi}{2}, n\pi + \frac{\pi}{2}[$.

Trouver le développement $x_n = an + b + \dfrac{c}{n} + \dfrac{d}{n^2} + \mathrm{o}(\dfrac{1}{n^2})$.

Exercice 10 [Indication] [Correction]

Montrer que l'équation $\ln x + x = \lambda$ admet une solution unique x_λ, pour tout λ réel.

Trouver a, b, c tels que $x_\lambda = a\lambda + b\ln\lambda + c\dfrac{\ln\lambda}{\lambda} + \mathrm{o}\left(\dfrac{\ln\lambda}{\lambda}\right)$ quand $\lambda \to +\infty$.

©EduKlub S.A.
Tous droits de l'auteur des œuvres réservés. Sauf autorisation, la reproduction ainsi que toute utilisation des œuvres autre que la consultation individuelle et privée sont interdites.
Extrait gratuit de document, le document original comporte 5 pages.

Indications ou résultats

Indication pour l'exercice 1 [Retour à l'énoncé]

Le résultat est : $f(x) = x - \dfrac{x^{n+1}}{(n+1)!} + o(x^{n+1})$.

Indication pour l'exercice 2 [Retour à l'énoncé]

Le résultat est : $f(x) = \sqrt{2}\left(1 - \dfrac{x^2}{16} - \dfrac{11x^4}{512}\right) + o(x^5)$.

Indication pour l'exercice 3 [Retour à l'énoncé]

Le résultat est : $f(x) = x + x^2 + \dfrac{5x^3}{6} + \dfrac{5x^4}{6} + \dfrac{27x^5}{40} + o(x^5)$.

Indication pour l'exercice 4 [Retour à l'énoncé]

Le résultat est : $f(x) = \dfrac{x^3}{2\sqrt{15}} + o(x^6)$.

Indication pour l'exercice 5 [Retour à l'énoncé]

Le résultat est : $f(x) = \dfrac{x}{\sqrt[3]{6}} + \dfrac{3\,x^3}{20\sqrt[3]{6}} + o(x^4)$.

Indication pour l'exercice 6 [Retour à l'énoncé]

Le résultat est : $f(x) = \dfrac{1}{3} + \dfrac{x^2}{15} + o(x^3)$.

Indication pour l'exercice 7 [Retour à l'énoncé]

Le résultat est : $f(x) = \dfrac{x}{2} + \dfrac{787\,x^3}{1152} + o(x^3)$.

Indication pour l'exercice 8 [Retour à l'énoncé]

Le résultat est : $f_n(x) = 1 - x + nx^2 - n^2x^3 + n^3x^4 - n^4x^5 + o(x^5)$.

Indication pour l'exercice 9 [Retour à l'énoncé]

Le résultat est : $x_n = n\pi + \dfrac{\pi}{2} - \dfrac{1}{\pi n} + \dfrac{1}{2\pi n^2} + o\left(\dfrac{1}{n^2}\right)$.

Indication pour l'exercice 10 [Retour à l'énoncé]

Le résultat est : $x_\lambda = \lambda - \ln\lambda + \dfrac{\ln\lambda}{\lambda} + o\left(\dfrac{\ln\lambda}{\lambda}\right)$

©EduKlub S.A.
Tous droits de l'auteur des œuvres réservés. Sauf autorisation, la reproduction ainsi que toute utilisation des œuvres autre que la consultation individuelle et privée sont interdites.
Extrait gratuit de document, le document original comporte 5 pages.