

Énoncés des exercices

EXERCICE 1 [[Indication](#)] [[Correction](#)]

Développement limité en 0, à l'ordre $n + 1$, de $f(x) = \ln \left(1 + x + \frac{x^2}{2!} + \cdots + \frac{x^n}{n!} \right)$.

EXERCICE 2 [[Indication](#)] [[Correction](#)]

Développement limité en 0, à l'ordre 5, de $f(x) = \sqrt{\sqrt{1+x} + \sqrt{1-x}}$.

EXERCICE 3 [[Indication](#)] [[Correction](#)]

Développement limité en 0, à l'ordre 5, de $f(x) = (\tan x) e^{\tan x}$.

EXERCICE 4 [[Indication](#)] [[Correction](#)]

Développement limité en 0, à l'ordre 6, de $f(x) = \sqrt{x(\sin x + \operatorname{sh} x - 2x)}$ (pour $x \geq 0$).

EXERCICE 5 [[Indication](#)] [[Correction](#)]

Développement limité en 0, à l'ordre 4, de $f(x) = \sqrt[3]{\arcsin x - x}$.

EXERCICE 6 [[Indication](#)] [[Correction](#)]

Développement limité en 0, à l'ordre 3, de $f(x) = \frac{1}{x^2} - \frac{1}{\arcsin^2 x}$.

EXERCICE 7 [[Indication](#)] [[Correction](#)]

Développement limité en 0, à l'ordre 3, de $f(x) = \frac{\sqrt{1+x} - \sqrt[3]{1-3x}}{\sqrt[3]{1+\frac{3}{2}x} + \sqrt{4+5x}}$.

EXERCICE 8 [[Indication](#)] [[Correction](#)]

On définit une suite de fonctions (f_n) par : $f_0(x) = 1 - x$, et $f_{n+1}(x) = \frac{1}{2 - f_n(x)}$.

Développement limité en 0, à l'ordre 5, de $f_n(x)$.

EXERCICE 9 [[Indication](#)] [[Correction](#)]

Montrer que l'équation $\tan x = x$ possède une solution unique x_n dans $I_n =]n\pi - \frac{\pi}{2}, n\pi + \frac{\pi}{2}[$.

Trouver le développement $x_n = an + b + \frac{c}{n} + \frac{d}{n^2} + o\left(\frac{1}{n^2}\right)$.

EXERCICE 10 [[Indication](#)] [[Correction](#)]

Montrer que l'équation $\ln x + x = \lambda$ admet une solution unique x_λ , pour tout λ réel.

Trouver a, b, c tels que $x_\lambda = a\lambda + b \ln \lambda + c \frac{\ln \lambda}{\lambda} + o\left(\frac{\ln \lambda}{\lambda}\right)$ quand $\lambda \rightarrow +\infty$.



Indications ou résultats

INDICATION POUR L'EXERCICE 1 [Retour à l'énoncé]

Le résultat est : $f(x) = x - \frac{x^{n+1}}{(n+1)!} + o(x^{n+1})$.

INDICATION POUR L'EXERCICE 2 [Retour à l'énoncé]

Le résultat est : $f(x) = \sqrt{2} \left(1 - \frac{x^2}{16} - \frac{11x^4}{512} \right) + o(x^5)$.

INDICATION POUR L'EXERCICE 3 [Retour à l'énoncé]

Le résultat est : $f(x) = x + x^2 + \frac{5x^3}{6} + \frac{5x^4}{6} + \frac{27x^5}{40} + o(x^5)$.

INDICATION POUR L'EXERCICE 4 [Retour à l'énoncé]

Le résultat est : $f(x) = \frac{x^3}{2\sqrt{15}} + o(x^6)$.

INDICATION POUR L'EXERCICE 5 [Retour à l'énoncé]

Le résultat est : $f(x) = \frac{x}{\sqrt[3]{6}} + \frac{3x^3}{20\sqrt[3]{6}} + o(x^4)$.

INDICATION POUR L'EXERCICE 6 [Retour à l'énoncé]

Le résultat est : $f(x) = \frac{1}{3} + \frac{x^2}{15} + o(x^3)$.

INDICATION POUR L'EXERCICE 7 [Retour à l'énoncé]

Le résultat est : $f(x) = \frac{x}{2} + \frac{787x^3}{1152} + o(x^3)$.

INDICATION POUR L'EXERCICE 8 [Retour à l'énoncé]

Le résultat est : $f_n(x) = 1 - x + nx^2 - n^2x^3 + n^3x^4 - n^4x^5 + o(x^5)$.

INDICATION POUR L'EXERCICE 9 [Retour à l'énoncé]

Le résultat est : $x_n = n\pi + \frac{\pi}{2} - \frac{1}{\pi n} + \frac{1}{2\pi n^2} + o\left(\frac{1}{n^2}\right)$.

INDICATION POUR L'EXERCICE 10 [Retour à l'énoncé]

Le résultat est : $x_\lambda = \lambda - \ln \lambda + \frac{\ln \lambda}{\lambda} + o\left(\frac{\ln \lambda}{\lambda}\right)$