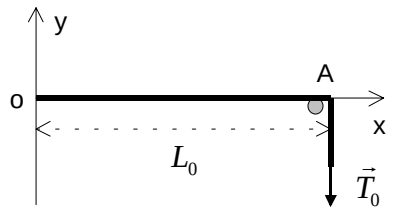
-EXERCICE 32.4-

• **ENONCE :** « Aspect énergétique d'une corde »



Une corde sans raideur et inextensible est tendue entre 2 points O et A.
Au repos, elle se confond avec l'axe Ox: sa tension est donc suffisamment grande pour que l'on puisse négliger son poids devant les forces dues à cette tension.
On néglige également toute cause d'amortissement du mouvement de la corde.

• Dans l'hypothèse des petits mouvements, on admet donc que l'élongation d'un point de la corde $y(x,t)$ satisfait à l'équation de D'Alembert, avec une célérité : $c=\sqrt{\frac{T_0}{\mu}}$ (μ = masse linéique).

1) En pratique, quelles seraient les causes d'amortissement du mouvement ?

2) Définir la densité linéique d'énergie cinétique de la corde, soit $e_C(x,t)$.

3) En fait, la corde ne peut à la fois être fixée en 2 points, osciller (donc se déformer) et être parfaitement inextensible ; pour conserver l'hypothèse d'inextensibilité (afin de ne pas introduire de forces supplémentaires), nous supposerons que la corde glisse sans frottements dans la gorge d'une poulie sans masse (de manière à ce que cette dernière transmette intégralement la tension $T_0=\left\|\vec{T}_0\right\|$) : la longueur de la corde en mouvement est donc $L(t)\geq L_0$.

Exprimer la variation de longueur $L(t)-L_0$ sous forme d'une intégrale.

Après avoir déterminé le travail W_{op} d'un opérateur faisant passer la corde de l'état de repos à l'état « déformé », exprimer la densité linéique d'énergie potentielle de la corde $e_P(x,t)$ (énergie associée à un état de tension **et** de courbure). En quoi la grandeur obtenue est-elle une énergie potentielle ?

4) Donner l'expression d'une grandeur $P(x,t)$ telle que :

$\boxed{\frac{\partial P(x,t)}{\partial x}+\frac{\partial e(x,t)}{\partial t}=0}$, avec $e(x,t)=e_C(x,t)+e_P(x,t)$ = densité linéique d'énergie de la corde.

Quelle est la dimension de $P(x,t)$?

Intégrer la relation précédente entre 2 points fixes ; interpréter le résultat et en déduire la signification physique de $P(x,t)$.

5) On s'intéresse au mode stationnaire de vibration de rang n, d'expression :

$y_n(x,t)=A_n\sin(\omega_n t+\varphi_n)\sin(k_n x)$, avec $k_n=\frac{\omega_n}{c}=\frac{n\pi}{L_0}$

Calculer l'énergie totale de la corde E_n (associée au mode n) en fonction de n, A_n, L_0 et T_0.

6) En déduire l'énergie totale de la corde en tenant compte de tous les modes.

Justifier que l'amplitude A_n des harmoniques doive décroître au moins en $1/n^2$; pour une corde « frappée » (corde de piano, par exemple), on trouve que A_n décroît en $1/n$: discuter ce résultat.

 © EduKlub S.A.
Tous droits de l'auteur des œuvres réservés. Sauf autorisation, la reproduction ainsi que toute utilisation des œuvres autre que la consultation individuelle et privée sont interdites.

Extrait gratuit de document, le document original comporte 4 pages.