ETUDE DES CHAINES FERMEES

(2ème partie)

Plan *(Cliquer sur le titre pour accéder au paragraphe)*

* *

ETUDE DES CHAINES FERMEES 1
(2ème partie) 1
2.4 Analyse statique des mécanismes à chaînes fermées 1
2.4.1 Objectifs 1
2.4.2 Principe fondamental 1
2.4.3 Méthode de résolution 2
2.4.4 Degré d'hyperstaticité d'un mécanisme 2
2.4.5 Comment traiter l'hyperstatisme ? 3
2.4.6 Exemple traité : Malaxeur-mélangeur 4
2.5 Synthèse: Ce qu'il faut absolument savoir 10

* *

2.4 Analyse statique des mécanismes à chaînes fermées

2.4.1 OBJECTIFS

- Déterminer le degré d'hyperstaticité du mécanisme.
- Préciser les inconnues hyperstatiques.
- Modifier, si nécessaire, le mécanisme afin de le rendre isostatique.

2.4.2 PRINCIPE FONDAMENTAL

Chaque liaison normalisée est considérée comme parfaite.

Les éléments de réduction, dans le repère local $R\ (A,\vec{x},\vec{y},\vec{z})$, du torseur d'inter-efforts associé à la liaison L_{ij} sont :

$$\{S_j \to S_i\}_A = \begin{Bmatrix} X_{ji} & L_{ji} \\ Y_{ji} & M_{ji} \\ Z_{ji} & N_{ji} \end{Bmatrix}_R$$

avec

$$\begin{cases} \vec{R}(S_j \to S_i) = X_{ji}\vec{x} + Y_{ji}\vec{y} + Z_{ji}\vec{z} \\ \vec{M}(A, S_j \to S_i) = L_{ji}\vec{x} + M_{ji}\vec{y} + N_{ji}\vec{z} \end{cases}$$

On applique **le Principe Fondamental de la Statique** à chacun des n solides de la chaîne simple.

Si $\{\overline{S_i} \to S_i\}_A$ désigne le torseur de toutes les actions extérieures agissant sur le solide S_i, on peut écrire:

$$\forall i \in [1,n] \quad \boxed{\{\overline{S_i} \to S_i\}_A = 0 \qquad (1)}$$

Tous droits de l'auteur des œuvres réservés. Sauf autorisation, la reproduction ainsi que toute utilisation des œuvres autre que la consultation individuelle et privée sont interdites.

Extrait gratuit de document, le document original comporte 10 pages.

soit

$$\forall i \in [1,n] \qquad \boxed{\begin{array}{ll} \sum_{j\neq i} \vec{R}(S_j \rightarrow S_i) = \vec{0} & (2) \\ \sum_{j\neq i} \vec{M}(A, S_j \rightarrow S_i) = \vec{0} & (3) \end{array}}$$

2.4.3 METHODE DE RESOLUTION

2.4.3.1 Projection de (2) et (3) sur R $(A, \vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0)$

On obtient un système (E) de 6n équations scalaires à N_s paramètres statiques inconnus avec :

$$N_s = \sum_{i=1}^{n+\gamma} n_{si} = \sum_{i=1}^{n+\gamma} (6 - n_{ci})$$

soit

$$\boxed{N_s = 6(n+\gamma) - \sum_{i=1}^{n+\gamma} n_{ci} = 6(n+\gamma) - N_c}$$

2.4.3.2 Rang statique

Le rang statique r_s est le nombre d'équations indépendantes du système (E). On a bien sûr $r_s \leq 6n$.

On peut démontrer que $m = 6n - r_s$ et donc que : $\boxed{r_s = 6n - m}$

Le système (E) s'écrit alors : $\boxed{(A)(X) = (B)}$

où

(X) désigne un vecteur unicolonne contenant r_s inconnues d'inter-efforts.

(B) désigne un vecteur unicolonne contenant $N_s - r_s$ paramètres statiques à fixer et les paramètres donnés.

(A) désigne une matrice (r_s, r_s) de coefficients géométriques du mécanisme.

2.4.4 DEGRE D'HYPERSTATICITE D'UN MECANISME

2.4.4.1 Définition

On appelle degré d'hyperstaticité d'un mécanisme, noté h, le nombre de paramètres d'inter-efforts à fixer pour déterminer les r_s inconnues d'inter-efforts restantes.

$$\boxed{h = N_s - r_s}$$

2.4.4.2 Détermination rapide de h

Une détermination globale de h est nécessaire si on veut connaître rapidement la nature isostatique d'un mécanisme.

On a donc $h = 6(n+\gamma) - N_c - r_s$

Tous droits de l'auteur des œuvres réservés. Sauf autorisation, la reproduction ainsi que toute utilisation des œuvres autre que la consultation individuelle et privée sont interdites.

Extrait gratuit de document, le document original comporte 10 pages.

soit $h = 6(n + \gamma) - N_c - (6n - m)$

d'où $\boxed{h = m + 6\gamma - N_c}$

2.4.4.3 Signification de h

$h = 0$	$N_s = r_s$	**Le mécanisme est isostatique** Toutes les inconnues d'inter-efforts sont déterminables. Le fonctionnement correct de ce mécanisme ne nécessite aucune condition géométrique particulière.
$h > 0$	$N_s = r_s + h$	**Le mécanisme est hyperstatique d'ordre h.** Il faut fixer h inconnues d'inter-efforts afin de déterminer les r_s inconnues restantes. Le fonctionnement correct de ce mécanisme nécessite h conditions géométriques à respecter.

2.4.5 COMMENT TRAITER L'HYPERSTATISME ?

2.4.5.1 Modification du mécanisme réel en conservant le modèle d'analyse

- **On annule h inconnues d'inter-efforts** n'appartenant ni aux liaisons d'entrée ni aux liaisons de sortie. Il reste à résoudre un système de r_s équations à r_s inconnues d'inter-efforts.

- **On accroît la mobilité interne** du mécanisme en augmentant le nombre de solides du mécanisme réel.

2.4.5.2 Conservation du mécanisme réel en modifiant le modèle d'analyse

- **On rajoute h équations de comportement** en modélisant les solides comme déformables élastiquement et les liaisons rigides et sans jeu.

- **On rajoute h équations de compatibilité géométrique** en modélisant les solides comme indéformables et en tenant compte du jeu réel dans les liaisons.

Tous droits de l'auteur des œuvres réservés. Sauf autorisation, la reproduction ainsi que toute utilisation des œuvres autre que la consultation individuelle et privée sont interdites.

Extrait gratuit de document, le document original comporte 10 pages.

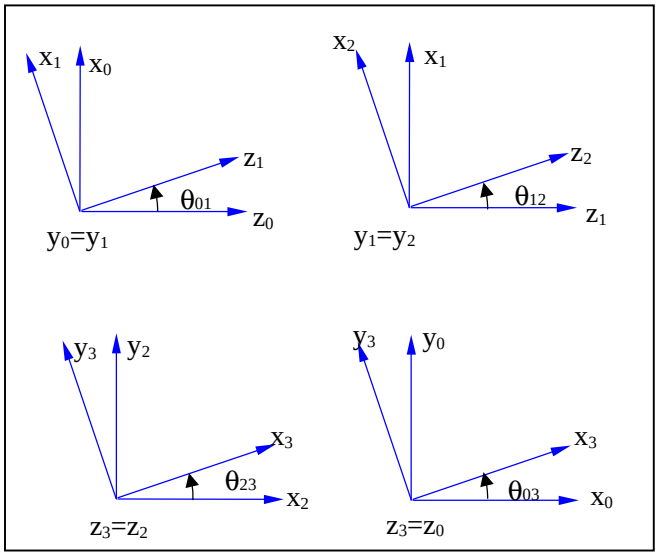
2.4.6 EXEMPLE TRAITE : MALAXEUR-MELANGEUR

2.4.6.1 Liaisons entre solides

L_{10} : Pivot d'axe $(A, \vec{y}_0)$ (entrée)
L_{32} : Pivot d'axe $(C, \vec{z}_0)$
L_{30} : Pivot glissant d'axe $(D, \vec{z}_0)$ (sortie)
L_{21} : Pivot glissant d'axe $(B, \vec{y}_0)$

2.4.6.2 Paramétrage

$\overrightarrow{AB} = R\vec{z}_1$	$\overrightarrow{CB} = -\lambda\vec{y}_1$
$\overrightarrow{DA} = -d\vec{y}_0$	$\overrightarrow{CD} = l\vec{y}_3 - h\vec{z}_0$



2.4.6.3 Torseurs statiques associés aux liaisons

$$\{T\ (S_0 \to S_1)\}_A = \begin{Bmatrix} X_{01} & L_{01} \\ Y_{01} & 0 \\ Z_{01} & N_{01} \end{Bmatrix}_{R_0} \qquad \{T\ (S_2 \to S_1)\}_B = \begin{Bmatrix} X_{21} & L_{21} \\ 0 & 0 \\ Z_{21} & N_{21} \end{Bmatrix}_{R_0}$$

$$\{T\ (S_3 \to S_2)\}_C = \begin{Bmatrix} X_{32} & L_{32} \\ Y_{32} & M_{32} \\ Z_{32} & 0 \end{Bmatrix}_{R_0} \qquad \{T\ (S_0 \to S_3)\}_D = \begin{Bmatrix} X_{03} & L_{03} \\ Y_{03} & M_{03} \\ 0 & 0 \end{Bmatrix}_{R_0}$$

$$\{T\ (ext \to S_1)\}_B = \begin{Bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & M_{ext} \\ 0 & 0 \end{Bmatrix}_{R_0} \qquad \{T\ (ext \to S_3)\}_D = \begin{Bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ Z_{ext} & N_{ext} \end{Bmatrix}_{R_0}$$

2.4.6.4 Application du P.F.S

Tous droits de l'auteur des œuvres réservés. Sauf autorisation, la reproduction ainsi que toute utilisation des œuvres autre que la consultation individuelle et privée sont interdites.

Extrait gratuit de document, le document original comporte 10 pages.