PCSI-PSI *Cours*

Sciences de l'ingénieur

Les Outils nécessaires en Mécanique

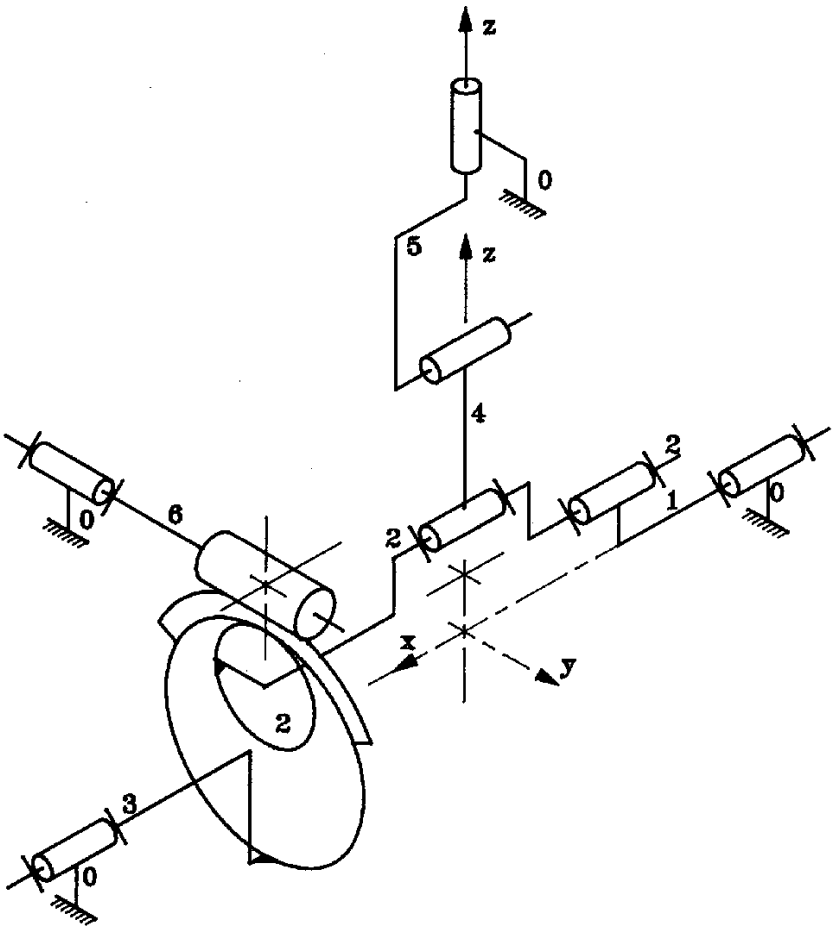


Schéma cinématique minimal d'un mécanisme doseur

Jacques AÏACHE – Jean-Marc CHÉREAU
© EduKlub S.A.
Tous droits de l'auteur des œuvres réservés. Sauf autorisation, la reproduction ainsi que toute utilisation des œuvres autre que la consultation individuelle et privée sont interdites.

Extrait gratuit de document, le document original comporte 11 pages.

Sommaire

1 Outils nécessaires en mécanique 3
1.1 OPERATIONS SUR LES VECTEURS 3
1.1.1 Produit scalaire 3
1.1.1.1 Définition du produit scalaire : 3
1.1.1.2 Définition de la norme géométrique 3
1.1.1.3 Interprétation géométrique du produit scalaire : 3
1.1.2 Produit vectoriel 3
1.1.2.1 Définition du produit vectorielle 3
1.1.2.2 Interprétation géométrique du produit scalaire : 3
1.1.3 Produit mixte 4
1.1.3.1 Définition du produit mixte 4
1.1.3.2 Interprétation géométrique du produit mixte : 4
1.1.4 Double produit vectoriel 4
1.1.5 Division vectorielle 4
1.1.5.1 Le problème : 4
1.2 APPLICATIONS ANTISYMÉTRIQUES 5
1.2.1 Définition 5
1.2.2 Propriétés 5
1.3 CHAMP DE VECTEURS 5
1.3.1 Définition 5
1.3.2 Champ antisymétrique 5
1.3.3 Champ équiprojectif 5
1.3.4 Théorème de DELASSUS 6
1.4 TORSEURS 7
1.4.1 Définition d'un torseur 7
1.4.2 Notation d'un torseur 7
1.4.3 Changement de point 7
1.4.4 Torseur nul 7
1.4.5 Somme de deux torseurs 7
1.4.6 Multiplication par un scalaire 8
1.4.7 Comoment de deux torseurs 8
1.4.8 Automoment d'un torseur 9
1.4.9 Axe central d'un torseur 9
1.4.10 Torseurs particuliers 9
1.4.10.1 Torseur Glisseur 9
1.4.10.2 Torseur Couple 10
1.4.11 Décomposition d'un torseur 10
1.4.12 Interprétation Géométrique d'un torseur 11

Tous droits de l'auteur des œuvres réservés. Sauf autorisation, la reproduction ainsi que toute utilisation des œuvres autre que la consultation individuelle et privée sont interdites.

Extrait gratuit de document, le document original comporte 11 pages.

1 OUTILS NECESSAIRES EN MECANIQUE

1.1 OPERATIONS SUR LES VECTEURS

E est un espace vectoriel de dimension 3.

Soient trois vecteurs de E^3 : $\vec{V}_1=\begin{vmatrix} x_1 \\ y_1 \\ z_1 \end{vmatrix}_b, \vec{V}_2=\begin{vmatrix} x_2 \\ y_2 \\ z_2 \end{vmatrix}_b, \vec{V}_3=\begin{vmatrix} x_3 \\ y_3 \\ z_3 \end{vmatrix}_b$ et une base orthonormée directe $b(\vec{x},\vec{y},\vec{z})$.

On définit les opérations suivantes :

1.1.1 PRODUIT SCALAIRE

1.1.1.1 *Définition du produit scalaire :*

Le produit scalaire est une application linéaire définie positive de E^2 dans R 'réel tel que le produit scalaire est défini et noté :

$$(\vec{V}_1,\vec{V}_2)=\vec{V}_1.\vec{V}_2=x_1x_2+y_1y_2+z_1z_2$$

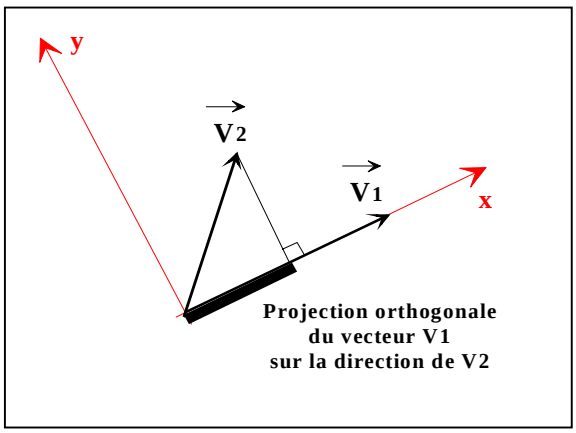
1.1.1.2 *Définition de la norme géométrique*

La norme géométrique d'un vecteur est définie et notée :

$$\|\vec{V}_1\|=\sqrt{(\vec{V}_1,\vec{V}_1)}=\sqrt{\vec{V}_1.\vec{V}_1}=\sqrt{\vec{V}_1^2}=\sqrt{x_1x_1+y_1y_1+z_1z_1}$$

Cette norme représente graphiquement la longueur en mètre du vecteur $\vec{V}_1$. La norme géométrique est définie positive.

1.1.1.3 *Interprétation géométrique du produit scalaire :*



Soit la représentation plane dans le plan vectoriel $(\vec{x},\vec{y})$

$(\vec{V}_1,\vec{V}_2)=\vec{V}_1.\vec{V}_2=x_1x_2+y_1y_2+z_1z_2=\|\vec{V}_1\|\|\vec{V}_2\|\cos(\vec{V}_1,\vec{V}_2)$

Si $\vec{V}_1=\vec{x}$ c'est-à-dire que $\|\vec{V}_1\|=1$ alors, $\vec{V}_1.\vec{x}$ représente la projection orthogonale du vecteur $\vec{V}_2$ sur la direction de $\vec{V}_1$.

Cas de nullité du produit scalaire :

- l'un des vecteurs est nul,
- les deux vecteurs sont orthogonaux.

1.1.2 PRODUIT VECTORIEL

1.1.2.1 *Définition du produit vectorielle*

Le produit vectoriel est une application linéaire antisymétrique de E^2 dans E tel que le produit vectoriel est défini et noté :

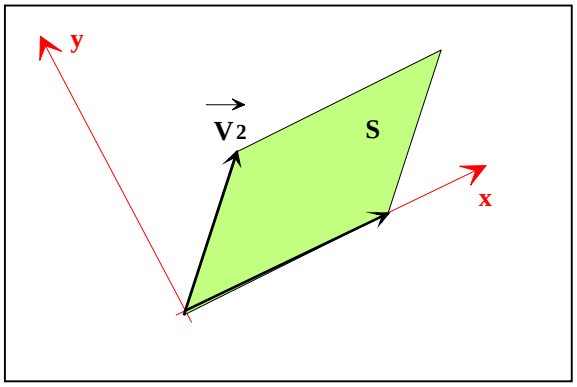
$$(\vec{V}_1\wedge\vec{V}_2)=(x_1z_2-y_2z_1)\,\vec{x}+(z_1x_2-z_2x_1)\,\vec{y}+(x_1y_2-x_2y_1)\,\vec{z}$$

1.1.2.2 *Interprétation géométrique du produit scalaire :*

© EduKlub S.A.
Tous droits de l'auteur des œuvres réservés. Sauf autorisation, la reproduction ainsi que toute utilisation des œuvres autre que la consultation individuelle et privée sont interdites.

Extrait gratuit de document, le document original comporte 11 pages.

Soit la représentation plane dans le plan vectoriel $(\vec{x},\vec{y})$



$(\vec{V_1}\wedge\vec{V_2})=\|\vec{V_1}\|\|\vec{V_2}\|\sin(\vec{V_1},\vec{V_2})\,\vec{n}$, avec $\vec{n}$ vecteur unitaire directement perpendiculaire à $(\vec{V_1},\vec{V_2})$.

La norme du produit vectoriel $\|\vec{V_1}\wedge\vec{V_2}\|=\|\vec{V_1}\|\|\vec{V_2}\|\sin(\vec{V_1},\vec{V_2})$ représente la surface S du parallélogramme défini par $\vec{V_1}$ et $\vec{V_2}$).

Cas de nullité du produit vectoriel :

- l'un des vecteurs est nul,
- les deux vecteurs sont colinéaires.

1.1.3 PRODUIT MIXTE

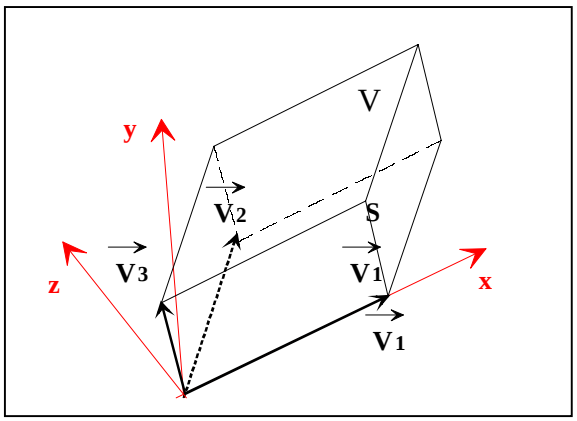
1.1.3.1 Définition du produit mixte

Le produit mixte est une application linéaire antisymétrique de E^3 dans R « réel » tel que le produit mixte est défini et noté :

$$(\vec{V_1},\vec{V_2},\vec{V_3})=(\vec{V_1}\wedge\vec{V_2}).\vec{V_3}=(\vec{V_3}\wedge\vec{V_1}).\vec{V_2}=(\vec{V_2}\wedge\vec{V_3}).\vec{V_1}$$

Le produit mixte de trois vecteurs est un scalaire invariant par permutation circulaire des vecteurs ou par inversion des opérations.

1.1.3.2 Interprétation géométrique du produit mixte :



$(\vec{V_1},\vec{V_2},\vec{V_3})=(\vec{V_1}\wedge\vec{V_2}).\vec{V_3}$ représente graphiquement le volume du parallélépipède de cotés définis par les vecteurs $\vec{V_1},\vec{V_2}$ et $\vec{V_3}$)

Cas de nullité du produit mixte :

- l'un des vecteurs est nul,
- deux des vecteurs sont colinéaires,
- les trois vecteurs sont coplanaires.

1.1.4 DOUBLE PRODUIT VECTORIEL

$\vec{V_1}\wedge(\vec{V_2}\wedge\vec{V_3})$ est un vecteur perpendiculaire à $(\vec{V_2}\wedge\vec{V_3})$. Il se trouve donc dans le plan formé par les vecteurs $\vec{V_2}$ et $\vec{V_3}$ et peut s'écrire alors : $\lambda\vec{V_2}+\mu\vec{V_3}$ avec $(\lambda,\mu)\in R^2$.

Par identification on obtient :

$$\vec{V_1}\wedge(\vec{V_2}\wedge\vec{V_3})=(\vec{V_1}.\vec{V_3})\,\vec{V_2}-(\vec{V_1}.\vec{V_2})\,\vec{V_3}$$

1.1.5 DIVISION VECTORIELLE

1.1.5.1 Le problème :

Tous droits de l'auteur des œuvres réservés. Sauf autorisation, la reproduction ainsi que toute utilisation des œuvres autre que la consultation individuelle et privée sont interdites.

Extrait gratuit de document, le document original comporte 11 pages.