TD outils utiles en mécanique

EXERCICE 1:

Soit le repère vectoriel $R(\vec{x},\vec{y},\vec{z})$ et $(\vec{V},\vec{X},\vec{W})$ trois vecteurs non nuls.

Si on a l'égalité suivante $\vec{V}\wedge\vec{X}=\vec{W}$;

rechercher l'équation vectorielle donnant $\vec{X}$ en fonction de $\vec{V}$ et $\vec{W}$.

EXERCICE 2 :

Soit le repère vectoriel $R(\vec{x},\vec{y},\vec{z})$ et $\left[\vec{V}1,\vec{V}2,\vec{V}3\right]$ trois vecteurs quelconques non nuls, rechercher l'égalité suivante en explicitant le résultats trouvés.

$\left[(\vec{V}1\wedge\vec{V}2).\vec{V}3\right].\vec{V}3.(\vec{V}1\wedge\vec{V}3) = ?$

EXERCICE 3 :

Soit un torseur

$$T = \mathbf{T} = \left\{\begin{matrix}\vec{S}\\ \vec{\mathbf{M}}(A)\end{matrix}\right\}_A = \left\{\begin{matrix}S_x, & S_y, & S_z\\ \mathbf{M}_x(A), & \mathbf{M}_y(A), & \mathbf{M}_z(A)\end{matrix}\right\}_{A,\vec{x},\vec{y},\vec{z}} = \left\{\begin{matrix}1 & 2,3\\ -3,3, & -1\end{matrix}\right\}_{A,\vec{x},\vec{y},\vec{z}}$$ et R un repère vectoriel de base orthonormée directe $R(\vec{x},\vec{y},\vec{z})$

Soient les coordonnées de A et B dans R, A(0,0,0) et B(1,0,0) :

3-1- Montrer que le moment sur l'axe central de T1 est égal au vecteur nul.

3-2- Ecrire le torseur T1 en B

3-3- Rechercher un point I tel que le moment en I $\vec{M}_I = \vec{0}$.

3-4 donner l'équation paramétrée de l'axe central du torseur T1.

EXERCICE 4 :

Soit un torseur $T = \left\{\begin{matrix}0 & 0\\ 0 & 0\\ \omega & 0\end{matrix}\right\}_{A,\vec{x}_1,\vec{y}_1,\vec{z}_1}$ et R1 un repère vectoriel de base orthonormée directe $R1(,\vec{x}_1,\vec{y}_1,\vec{z}_1)$

Soient les coordonnées de A et B dans R, A(0,0,0) et B(r,0,0) où ω et r sont des réels.

4-1- Ecrire le torseur T2 en B

4-2 Donner l'axe central du torseur T2.

4-3 Donner une interprétation réel modélisée par le torseur T.

© EduKlub S.A.
Tous droits de l'auteur des œuvres réservés. Sauf autorisation, la reproduction ainsi que toute utilisation des œuvres autre que la consultation individuelle et privée sont interdites.

Extrait gratuit de document, le document original comporte 5 pages.

TD Corrigé : outils utiles en mécanique

EXERCICE 1:

$\vec{V}$ et $\vec{W}$ **étant deux vecteurs connus non nuls , existe-t-il un vecteur** $\vec{X}$ **tel que :**

$\vec{V}\wedge\vec{X}=\vec{W}$

on en conclut :

$\vec{X}$ **doit être non nul,**

$\vec{V}$ et $\vec{W}$ **doivent être orthogonaux et** $\vec{X}$ et $\vec{W}$ **aussi par propriété du produit vectoriel..**

Si il existe une solution $\vec{X}$ **, alors tout vecteur de la forme** $\vec{X}+\lambda\vec{V}$ **sera aussi solution.**

En multipliant vectoriellement par $\vec{V}$ **la relation** $\vec{V}\wedge\vec{X}=\vec{W}$ **, on obtient :**

$\vec{V}\wedge(\vec{V}\wedge\vec{X})=\vec{V}\wedge\vec{W}$ ou bien $(\vec{V}.\vec{X})\,\vec{V}-(\vec{V}.\vec{V})\,\vec{X}=\vec{V}\wedge\vec{W}$

où $(\vec{V}.\vec{X})$ **est réel β**

Si on cherche la solution particulière $\vec{X}_0$ **(β = 0) orthogonale à** $\vec{V}$ **, on obtient :**

$\vec{X}_0=\frac{-\vec{V}\wedge\vec{W}}{V^2}$ et $\vec{X}=\frac{-\vec{V}\wedge\vec{W}}{V^2}+\lambda\vec{V}$

EXERCICE 2 :

le résultats est 0 réel. Puisque $\vec{V}3.(\vec{V}1\wedge\vec{V}3)=0$

EXERCICE 3 :

3-1 : L'automoment du torseur T : $\vec{M}(A).\overrightarrow{S}=0$ donc le torseur T un torseur de type glisseur et sur tous les points de l'axe d'un torseur Glisseur le moment est nul.

3-2 :

$T=\left\{\begin{matrix}1 & -3\\ 2 & 3\\ 3 & -1\end{matrix}\right\}_{A,\vec{x},\vec{y},\vec{z}}$ et $\vec{M}(B)=\vec{M}(A)+\overrightarrow{BA}\wedge\vec{S}$ d'ou le calcul : $\vec{M}(B)=\begin{vmatrix}-3\\ 3\\ -1\end{vmatrix}_R+\begin{vmatrix}-1\\ 0\\ 0\end{vmatrix}_R\wedge\begin{vmatrix}1\\ 2\\ 3\end{vmatrix}_R=\begin{vmatrix}-3\\ 6\\ -3\end{vmatrix}_R$

d'où le torseur en B :

$$T=\left\{\begin{matrix}1 & -3\\ 2 & 6\\ 3 & -3\end{matrix}\right\}_{A,\vec{x},\vec{y},\vec{z}}$$

Remarque : **l'automoment du torseur est toujours égal à 0. Normal, puisque l'automoment est un invariant scalaire du champs antisymétrique représenté par le torseur T.**

3-3 :

$\vec{M}(A)=\vec{M}(I)+\overrightarrow{AI}\wedge\vec{S}$ d'ou le calcul : $\begin{vmatrix}-3\\ 3\\ -1\end{vmatrix}_R=\begin{vmatrix}0\\ 0\\ 0\end{vmatrix}_R+\begin{vmatrix}x\\ y\\ z\end{vmatrix}_R\wedge\begin{vmatrix}1\\ 2\\ 3\end{vmatrix}_R$ x,y,z sont les coordonnées de I dans le repère $R(A,\vec{x},\vec{y},\vec{z})$.

Jacques AÏACHE – Jean-Marc CHÉREAU
© EduKlub S.A.
Tous droits de l'auteur des œuvres réservés. Sauf autorisation, la reproduction ainsi que toute utilisation des œuvres autre que la consultation individuelle et privée sont interdites.

Extrait gratuit de document, le document original comporte 5 pages.