LES SYSTEMES AUTOMATISES

Limites du modèle :
Systèmes linéaires continus et invariants

Plan *(Cliquer sur le titre pour accéder au paragraphe)*

****

****

2 SYSTEMES DYNAMIQUES, REPRESENTATIONS

2.1 Systèmes dynamiques.

2.1.1 SYSTEME INSTANTANE

On dit qu'un système est instantané si les grandeurs physiques de sortie dépendent uniquement et instantanément des grandeurs d'entrée, cette dépendance n'évoluant pas avec le temps.

Exemples :

La relation courant tension dans une résistance est un phénomène instantané, ne dépendant pas du temps. Le système est instantané, on peut qualifier les relations entrées sortie par des coefficients constants appelés gain ou gain pure.

En réalité, il existe peu de systèmes instantanés car tout effet présente une certaine inertie ou mémoire. L'appellation « système instantané » relève donc souvent de l'approximation. Elle est justifiée lorsque le temps de réaction est négligeable devant la durée de transition de l'information dans les autres systèmes environnants (cette notion est donc excessivement relative). Par exemple, une résistance électrique (entrée tension, sortie en courant) sera modifiée par un coefficient constant pour une certaine gamme de fréquence. Lorsque la fréquence croît, il devient nécessaire de prendre en compte les effets d'inductance ou de capacité qui conduisent alors à représenter son comportement par une équation différentielle, donc à considérer un comportement dynamique.

2.1.2 SYSTEME DYNAMIQUE

La notion de système dynamique prend en compte ces phénomènes d'inertie et de mémoire (inertie mécanique, inertie thermique) et dans ce cas les grandeurs de sortie dépendent des valeurs présentes et passées des grandeurs d'entrées. C'est notamment le cas des systèmes régis par des équations intégro-différentielles.

Cette mémoire passé est généralement de durée infinie, tout en s'atténuant le plus souvent selon les modes exponentiels. Ainsi, on considère en pratique qu'un système dynamique à une mémoire finie dont la durée fixe le temps de réponse.

2.1.2.1 Exemple de système dynamique

Il s'agit d'une masse M soumise à une action mécanique F(t) de direction l'axe y. Ce solide de masse M est lié à un support fixe par un ressort de raideur K et un amortisseur de coefficient de frottement visqueux f. Au repos, le solide a une position y_0 et que la norme de $F(t)=f_0$ est nulle.

L'entrée et la sortie du système sont définie par le schéma fonctionnel ci-dessous.

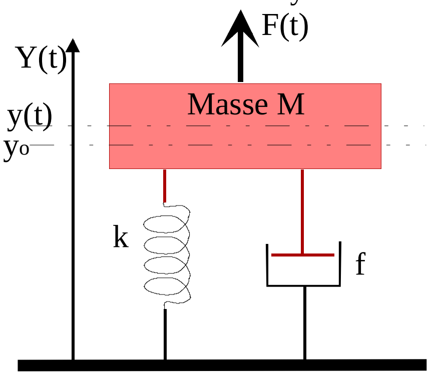
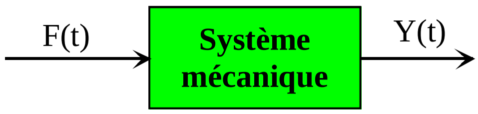


Schéma fonctionnel du système mécanique ci-contre



La mise en équation de ce système mécanique conduit, en considérant les variations de position autour du point au repos M_0, dit aussi point d'équilibre, à une relation du type :

en posant : $Y(t) = y(t) + y_0$; $F(t) = f(t) + f_0$, on obtient

$$M\frac{d^2y(t)}{dt^2} + f\frac{dy(t)}{dt} + ky(t) = f(t)$$

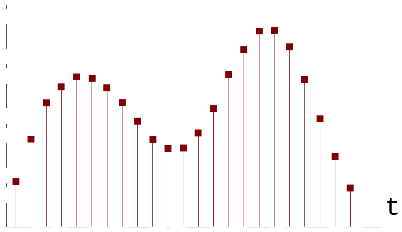
Lors de l'intégration, on montre qu'il suffit de connaître la position de la vitesse de la masse M à l'instant initial pour être en mesure de décrire l'évolution ultérieure de la position y(t),en supposant connue également connue F(t) pour $t>t_0$. Ces deux grandeurs de position et de vitesse à l'instant t_0 résument le passé du système. On peut illustrer l'effet de mémoire de ce système en appliquant une force impulsionnelle (un Dirac), le système oscille encore bien après la disparition de la force.

2.2 *Systèmes continus, linéaires et invariants.*

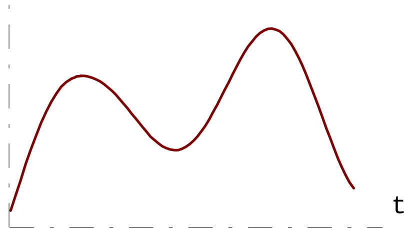
2.2.1 SYSTEME CONTINU

Un système continu par opposition d'un système discret (hors programme en C.P.G.E.), lorsque les variations des grandeurs physiques le caractérisant sont des fonctions à temps continu et que l'on peut donc définir ces grandeurs à tout instant. On par aussi de système analogique.

La plupart des systèmes sont continus du point de vue macroscopique. Mais, par exemple, un système informatique n'est pas continu car il ne peut traiter que des échantillons des signaux continus qui lui sont soumis : on parle dans ce cas d'un système échantillonné.



Système échantillonné



Système continu

2.2.2 REPRESENTATION DES SYSTEMES

Dans l'étude d'un système, on cherche à établir les " relations " existant entre ses entrées et ses sorties.

Des relations mathématiques peuvent représenter ces " relations " entrées-sorties du système. Cet ensemble de relations mathématiques représente un modèle mathématique du système.

Dans le cas où le modèle mathématique du système est un ensemble (ou système) d'équations différentielles linéaires et à coefficients constants on parle d'un système continu, linéaire et invariant.

Exemple : Soit le système monovariable :

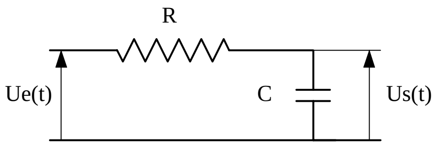


Schéma électrique

Schéma fonctionnel

$$RC\frac{dUs(t)}{dt} + Us(t) = Ue(t)$$

Équation différentielle

2.2.2.1 Exemples d'équations différentielles :

Continuité : les fonctions liées par l'équation différentielle étant continues, le système qu'elle représente est dit continu.

Linéarité : $\dfrac{d^2 s_{(t)}}{dt^2} + \dfrac{g}{l} s_{(t)} = 0$ **Non linéarité :** $\dfrac{d^2 s_{(t)}}{dt^2} + \dfrac{g}{l} \sin(s_{(t)}) = 0$

Invariance : $RC\dfrac{ds_{(t)}}{dt} + s_{(t)} = e_{(t)}$ **Non invariance :** $R_{(t)}C\dfrac{ds_{(t)}}{dt} + s_{(t)} = e_{(t)}$

2.2.3 SYSTEMES LINEAIRES

L'hypothèse de linéarité, relative au comportement des systèmes, traduit simplement que " **l'effet est proportionnel à la cause** ".