Monotonie et nature

Enoncés

EXERCICE 1

Dans cet exercice, $(U_n)_{n\in\mathbb{N}}$ est une suite réelle telle que :

$$\forall n\in\mathbb{N}^*,\ U_n\leq 3+\frac{7}{n}\ (1)$$

a) Prouver que si elle est croissante $(U_n)_{n\in\mathbb{N}}$ converge et donner un majorant de sa limite.

b) On suppose que :

$\forall n\in\mathbb{N}^*,\ U_n\geq 3-\frac{(-1)^n}{n}.(2)$

Que peut-on en déduire ?

EXERCICE 2

Soit $(w_n)_{n\in\mathbb{N}}$ la suite définie par $w_0\in\mathbb{R}$ et :

$$\forall n\in\mathbb{N},\ w_{n+1}=\frac{w_n^2+1}{2}$$

1) Prouver que la suite $(W_n)_{n\in\mathbb{N}}$ admet une limite.

2) Préciser, selon la valeur de w_0, la limite de la suite $(w_n)_{n\in\mathbb{N}}$

Matthias FEGYVERES – Stéphane PRETESEILLE

EXERCICE 3

Soit la suite $(U_n)_{n\geq 2}$ définie par :

$$\forall n\geq 2,\ U_n = \left(1 - \frac{2}{n^2}\right)^{3n^2}$$

Déterminer la limite de $(U_n)_{n\geq 2}$.

EXERCICE 4

Soient $(U_n)_{n\in\mathbb{N}}$ et $(V_n)_{n\in\mathbb{N}}$ deux suites réelles de limite nulle et $(W_n)_{n\in\mathbb{N}}$ la suite définie par : $\forall n\in\mathbb{N},\ W_n=\max(U_n, V_n)$.

Déterminer la limite de $(W_n)_{n\in\mathbb{N}}$.