



Nature d'une série

Enoncés

1) Déterminer la nature des séries dont le terme général est défini par :

a) $\forall n \in \mathbb{N}^*, u_n = 1 - \cos\left(\frac{1}{n}\right),$

b) $\forall n \in \mathbb{N}^*, v_n = \frac{(-1)^n \cos n}{n\sqrt{n}},$

c) $\forall n \geq 2, z_n = \frac{1}{n} - \ln\left(\frac{n}{n-1}\right).$

2) Soient α et β deux réels avec $\alpha < 1$. Etudier la nature de la série de terme général $\frac{1}{n^\alpha \ln^\beta n}$.

3) Soient $(u_n)_{n \geq 1}$ une suite réelle à termes positifs et p un entier naturel supérieur ou égal à 2. On suppose que la série de terme général u_n converge. Montrer que la série de terme général u_n^p converge.