LOIS GENERALES

Plan *(Cliquer sur le titre pour accéder au paragraphe)*

* *

I. Conducteurs ohmiques – Loi d'Ohm. 1
II. Loi des mailles ; diviseur de tension : 6
III. Loi des nœuds ; diviseur de courant ; théorème de Millmann. 7
IV. Associations de résistances. 10

* *

Nous étudions en 1ère année les circuits électriques dans le cadre de l'Approximation des Régimes Quasi-Permanents (ARQP), dite aussi Approximation des Régimes Quasi-Stationnaires (ARSQ) : cette approximation consiste à négliger les phénomènes de propagation d'ondes électriques le long des circuits étudiés. On montre que cela consiste à supposer :

$$\boxed{l << \lambda}$$

$\begin{cases} l : \text{ordre de grandeur de la dimension du circuit} \\ \lambda = cT, \text{ T temps caractéristique des phénomènes variables étudiés.} \end{cases}$

A.N. : $l \sim 1\ m \Rightarrow \lambda >> 1\ m$

$$\Rightarrow f << 3\ 10^8\ Hz \qquad \left(\lambda = \frac{c}{f} \quad c = 3\ 10^8 ms^{-1} \right)$$

On voit donc que pour ces circuits électriques de dimension $l \sim 1$ m, on pourra travailler sans problème jusqu'à des fréquences de l'ordre du mégahertz.

I. Conducteurs ohmiques – Loi d'Ohm.

I.1. **Loi d'Ohm locale :** un conducteur électrique est constitué de « porteurs de charges » mobiles sous l'action d'un champ électrique $\vec{E}$.

Dans le cadre de ce cours, nous prendrons comme seul exemple de conducteur le métal. Un métal sera modélisé par une matrice d'ions fixes aux nœuds d'un réseau cristallin, et des électrons de charge (-e), « mobiles ». Ces électrons sont en mouvement incessant et désordonné « d'agitation thermique » ; appelons $\vec{v}$ la vitesse du mouvement d'ensemble des électrons sous l'action de $\vec{E}$ (vitesse « moyenne »).

Tous droits de l'auteur des œuvres réservés. Sauf autorisation, la reproduction ainsi que toute utilisation des œuvres autre que la consultation individuelle et privée sont interdites.

Extrait gratuit de document, le document original comporte 12 pages.

Ces électrons subissent des chocs, entre eux et sur le réseau cristallin, qui gênent le mouvement d'ensemble, ce que l'on peut modéliser par une force de frottement fluide $\vec{f} = -\frac{m}{\tau}\vec{v}$, si $\tau \approx 10^{-14}$s à température ordinaire est le temps moyen entre 2 chocs, et m la masse d'un électron (modèle de Drude).

Appliquons la RFD à un électron :

$$m\frac{d\vec{v}}{dt} = -e\vec{E} - \frac{m}{\tau}\vec{v}$$

Rem. : si $\vec{E}$ est non permanent, il apparaît aussi un champ magnétique.

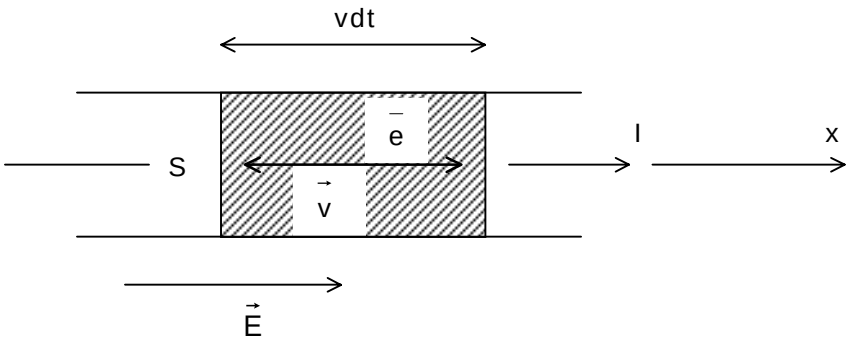
Nous nous limiterons donc d'abord au cas simple du régime permanent.

Alors :

$$\vec{O} = -e\vec{E} - \frac{m}{\tau}\vec{v}$$

$$\Rightarrow \quad \vec{v} = -\frac{\tau e}{m}\vec{E}$$: les électrons acquièrent une vitesse colinéaire et de sens opposé à $\vec{E}$.

Considérons alors un cylindre (fil électrique) de section S :



Soit n le nombre volumique d'électrons de conduction :

dN = n (S vdt) est le nombre d'électrons traversant S pendant dt.

La charge (en valeur absolue) traversant S pendant dt est donc :

$$dQ = S(nev)\,dt$$

L'intensité à travers S est alors :

$$I = \frac{dQ}{dt} = S(nev)$$

(orientée dans le sens conventionnel).

© EduKlub S.A.
Tous droits de l'auteur des œuvres réservés. Sauf autorisation, la reproduction ainsi que toute utilisation des œuvres autre que la consultation individuelle et privée sont interdites.

Extrait gratuit de document, le document original comporte 12 pages.

On peut donc poser :

$$I = \vec{j} \cdot \vec{S} \quad , \quad \text{si :}$$

$$\begin{cases} \vec{j} = -ne\,\vec{v} \\ \vec{S} = S\,\vec{x} \end{cases}$$

$\vec{j}$ est appelé vecteur densité volumique de courant : il s'exprime en Am^{-2}, et l'intensité à travers S est le flux $\vec{j}$ à travers cette surface.

En combinant les deux relations :

$$\begin{cases} \vec{v} = \dfrac{\tau e}{m}\vec{E} \\ \vec{j} = -ne\vec{v} \end{cases} \quad \text{on obtient}$$

La loi d'Ohm locale, traduisant la proportionnalité de $\vec{j}$ et $\vec{E}$:

$$\boxed{\vec{j} = \left(\frac{ne^2\tau}{m}\right)\vec{E} = \gamma\vec{E}} \quad \text{où}$$

γ est appelé conductivité du matériau (unité : Sm^{-1} ou $\Omega^{-1}m^{-1}$)

AN. : Pour un métal (solide) : $10^{-30}m^3$ est l'ordre de grandeur du volume d'un atome.

Donc $\begin{cases} n \approx 10^{29}m^{-3} \\ \tau \approx 10^{-14}s \\ e = 1{,}6 \times 10^{19} \\ m \approx 10^{-30}\ kg \end{cases}$: $\gamma \approx 10^7\Omega^{-1}m^{-1}$

(Les métaux sont évidemment de très bons conducteurs électriques).

Rem. : * si T augmente, l'agitation thermique augmente, τ diminue, donc γ également ($n \approx$ cste).

* On pose aussi $\rho = \dfrac{1}{\gamma}$, résistivité du matériau (en Ωm) $\Rightarrow \vec{E} = \rho\vec{j}$

Généralisations :

* En présence de $\vec{B}$ permanent, $\vec{j} = \gamma\vec{E}$ n'est en toute rigueur plus valable : c'est « l'effet Hall » ; on montre que cet effet est négligeable dans les métaux.

© EduKlub S.A.
Tous droits de l'auteur des œuvres réservés. Sauf autorisation, la reproduction ainsi que toute utilisation des œuvres autre que la consultation individuelle et privée sont interdites.

Extrait gratuit de document, le document original comporte 12 pages.

(Les « sondes à effet Hall », teslamètres, sont constituées de semi-conducteurs).

* En régime non permanent, on montre que $\vec{j} = \gamma \vec{E}$ reste valable si $\vec{E}$ ne varie « pas trop vite », plus précisément si :

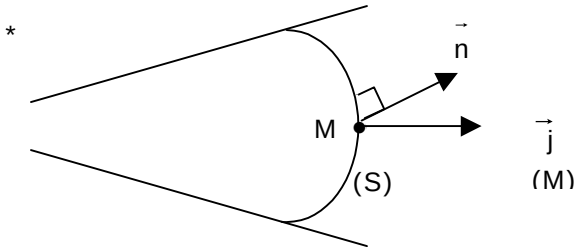
$$T >> \tau \quad , \quad \text{ou} \quad \omega << \frac{1}{\tau} \sim 10^{+14} s^{-1}$$

* Pour un matériau conducteur avec plusieurs types de porteurs de charges, on pose :

$$\vec{j} = \sum_i n_i q_i \vec{v}_i$$

- n_i : densité du porteur i
- q_i : charge du porteur i
- $\vec{v}_i$: vitesse (moyenne) du porteur i

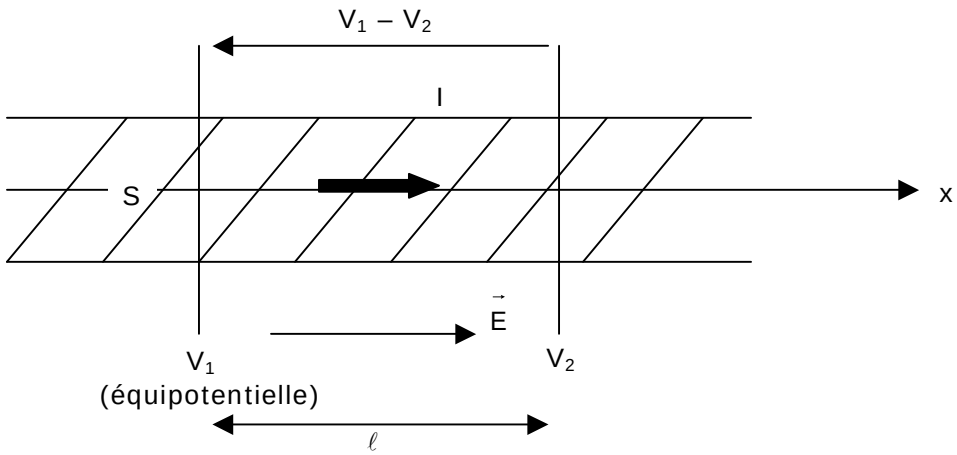
(Ex : semi-conducteur ou solution électrolytique)



$$I = \iint_S \vec{j}(M).dS\,\vec{n}$$

(Flux de $\vec{j}$ à travers (S)).

I.2. Loi d'Ohm



$$\vec{E} = \frac{V_1 - V_2}{\ell}\vec{x}$$

$(V_1 > V_2)$

 © EduKlub S.A.
Tous droits de l'auteur des œuvres réservés. Sauf autorisation, la reproduction ainsi que toute utilisation des œuvres autre que la consultation individuelle et privée sont interdites.

Extrait gratuit de document, le document original comporte 12 pages.