

## DYNAMIQUE DU POINT

**Plan** (Cliquer sur le titre pour accéder au paragraphe)

\*\*\*\*\*

I.	Référentiel galiléen. ....	1
II.	Les forces. ....	3
III.	Relation fondamentale de la dynamique (RFD) en référentiel galiléen. ....	6
IV.	Principe des actions réciproques. ....	7
V.	Conséquences de la RFD. ....	7
VI.	Quelques exemples d'application : .....	9

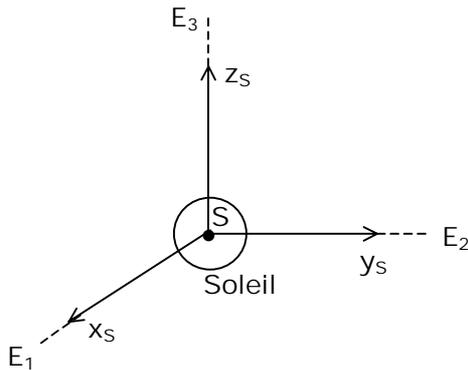
\*\*\*\*\*

### I. Référentiel galiléen.

**I.1. Définition** : un référentiel est dit galiléen si le principe d'inertie y est satisfait.

Principe d'inertie : un système fermé isolé a une quantité de mouvement  $\vec{P} = m\vec{V} = \overrightarrow{cste}$  (son centre d'inertie est en TRU).

**I.2. Exemple** : on postule, en mécanique classique, le référentiel héliocentrique galiléen.



On l'appelle aussi référentiel de Képler ( $R_S$ ). Son centre est le centre S du soleil, les 3 axes pointent vers 3 étoiles fixes ( $E_1, E_2, E_3$ ).

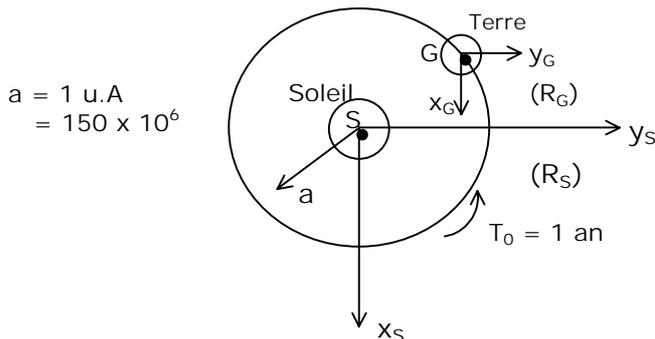
Rem. : on confond en général le référentiel de Képler, et le référentiel de Copernic, dont l'origine est au centre du Système Solaire.

**I.3. Propriété** : tous les référentiels galiléens sont en TRU les uns par rapport aux autres.

#### I.4. Référentiels « liés à la Terre ».

• La Terre décrit autour du Soleil une ellipse que l'on peut assimiler à un cercle. Soit G son centre.

On définit le référentiel géocentrique ( $R_G$ ) (ou référentiel de Foucault), de centre G, en translation (circulaire uniforme) par rapport à ( $R_S$ ) : il n'est donc pas galiléen.

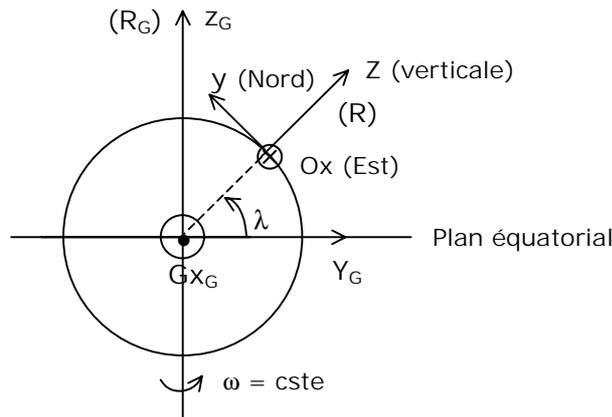


Mais :

Si  $\Delta t \ll T_0 = 1 \text{ an}$  : ( $\Delta t$  durée au phénomène étudié) l'arc  $GG'$  décrit par  $G$  pendant  $\Delta t$  peut être assimilé à une portion de droite, et  $(R_G)$  sera assimilé à un référentiel galiléen (ce qui revient à négliger l'action du Soleil – et de tous les autres astres – pour l'étude du mouvement d'un « point » au « voisinage » de la Terre).

- La Terre tourne autour de l'axe des pôles à la vitesse angulaire  $\omega$ .

On peut alors définir un référentiel  $(R)$  « lié à la Terre » (tournant avec elle) :



On prend usuellement :

$$\left\{ \begin{array}{l} \vec{Oz} \text{ verticale ascendante} \\ \vec{Ox} \text{ vers le Nord} \\ \vec{Ox} \text{ vers l'Est} \end{array} \right.$$

$(R)$  est en rotation uniforme par rapport à  $(R_G)$ , donc a priori non galiléen. On pourra approximer  $(R)$  comme étant galiléen si :

$$\left\{ \begin{array}{l} \Delta t \ll 24 \text{ h} \\ V \ll \text{faible} \end{array} \right.$$

(cette dernière condition permettra de négliger la « force de Coriolis » due à rotation terrestre devant les autres forces).

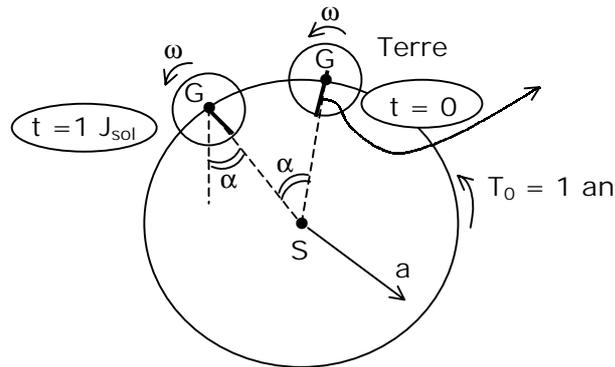
**Rem.** : Jour sidéral ( $J_{\text{sid}}$ )/Jour solaire ( $J_{\text{sol}}$ )

- ☞ Le jour solaire est l'intervalle de temps séparant deux passages consécutifs du Soleil au même méridien d'un lieu.

$$T_0 = 1 \text{ an} = 365,25 J_{\text{sol}} ; 1 J_{\text{sol}} = 24 \text{ h} = 86400 \text{ s}$$

- ☞ Le jour sidéral est la période de révolution de la Terre autour de l'axe des pôles :

$$J_{\text{sid}} = \frac{2\pi}{\omega} = 86164 \text{ s} \approx 23 \text{ h } 56 \text{ min}$$



(Schéma non à l'échelle !)

On voit que, pendant 1  $J_{sol}$ , la Terre a tourné de  $2\pi + \alpha$

Donc :

$$\frac{J_{sid}}{J_{sol}} = \frac{2\pi}{2\pi + \alpha}$$

Avec :

$$\alpha = \frac{2\pi}{365,25}$$

Ainsi :

$$J_{sid} = \frac{365,25}{366,25} J_{sol} = 86164 \text{ s}$$

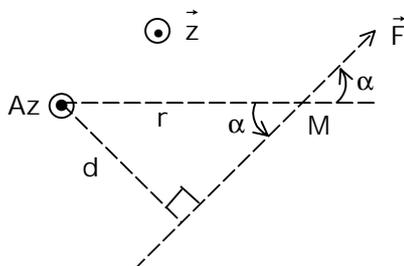
## II. Les forces.

**II.1. Définitions :** en mécanique, l'action d'un système sur un autre est modélisée par un vecteur force  $\vec{F}$ .

Une force s'exprime en Newtons (symbole N). De manière qualitative, une force provoque un mouvement de translation d'un système matériel qui la subit.

Son moment provoquera une rotation du système : on définit le moment en un point A d'une force s'appliquant en un point M par :

$$\vec{m}_{\vec{F}}^t(A) = \vec{AM} \wedge \vec{F} \quad (\text{en Nm})$$



$$\vec{m}_{\vec{F}}^t(A) = F(rsin\alpha)\vec{z} = F d\vec{z}$$

d est appelé « bas de levier »

Le moment d'une force (qui caractérise « l'efficacité » pour le mouvement de rotation de M autour de Az) est donc le produit du module de la force par le bras de levier (distance à l'axe).

**II.2. Forces à distance / Forces de contact.**

- Forces à distance : ce sont des forces de « champ ». Elles sont du type :

$$\vec{F} = \alpha \vec{G}$$

$\left\{ \begin{array}{l} \alpha \text{ grandeur caractéristique du point M} \\ \vec{G} \text{ champ créant la force} \end{array} \right.$

Ex. :  $\vec{F} = m\vec{g}, \vec{F} = q\vec{E}...$

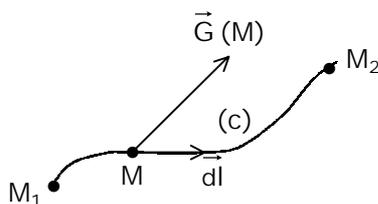
- Forces de contact : ce sont les forces de liaison, pour un point M « lié » (tension d'un fil, réaction d'un support).

**II.3. Forces de champ dérivant d'une énergie potentielle :**

- On dit que le champ  $\vec{G}$  dérive d'un potentiel V si :

$$\vec{G} = - \overrightarrow{\text{grad}} V$$

Alors :



$$\int_{M_1}^{M_2} (c) \vec{G} \cdot d\vec{l} = V(M_1) - V(M_2)$$

est indépendante du chemin suivi (c) pour aller de  $M_1$  à  $M_2$ .

Et :  $\oint \vec{G} \cdot d\vec{l} = 0$  sur un chemin fermé.

On dit aussi que  $\vec{G}$  est à circulation conservative.

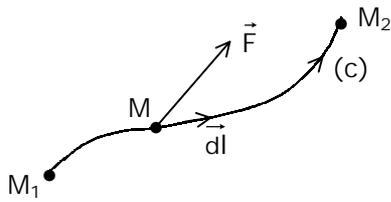
- Si  $\vec{G}$  dérive du potentiel V, alors :

$$\vec{F} = \alpha \vec{G} = - \overrightarrow{\text{grad}} (\alpha V) \quad (\alpha = \text{cste})$$

On dit alors que  $\vec{F}$  dérive d'une énergie potentielle  $E_p = \alpha V$  ( $E_p$  en Joules) :

$$\vec{F} = - \overrightarrow{\text{grad}} E_p$$

On aura de même :



$$\int_{M_1}^{M_2} (c) \vec{F} \cdot d\vec{l} = E_{P_1} - E_{P_2} \quad \text{ne dépend pas du}$$

chemin suivi pour aller de  $M_1$  à  $M_2$ .

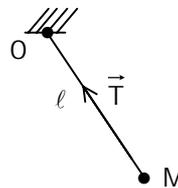
Rem. : • La circulation de  $\vec{F}$  de  $M_1$  à  $M_2$  représente le travail de la force  $\vec{F}$  (cf IV).

- Une force dérivant d'une énergie potentielle sera aussi appelée force « conservative » (cf IV).

### II.4. Forces de liaison.

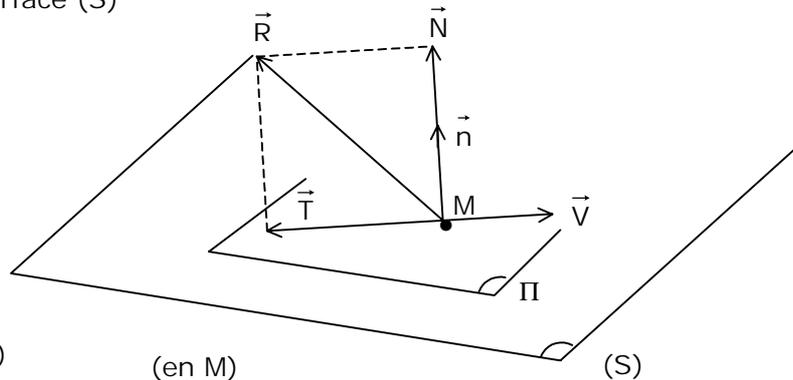
- Tension d'un fil

$$\vec{T} = T \frac{\vec{MO}}{\ell}$$



- Réaction d'un support : lois de Coulomb pour le frottement de glissement.

1<sup>er</sup> cas : Point lié à une surface (S)



- $\vec{n}$  : normale à (S)
  - (II) : plan tangent à (S)
- (en M)

Soit  $\vec{V}$  (M/S) vitesse de M par rapport au support (S) ; M est soumis de la part de (S) à une réaction  $\vec{R}$  telle que :

$$\vec{R} = \vec{T} + N\vec{n}$$

- $\vec{T} //$  (II) réaction tangentielle, ou force de frottement
- $\vec{N} = N\vec{n}$  ( $N > 0$ ) réaction normale

- Si  $\vec{V} = \vec{0}$  (Non glissement) :

$$\|\vec{T}\| < f_s N$$

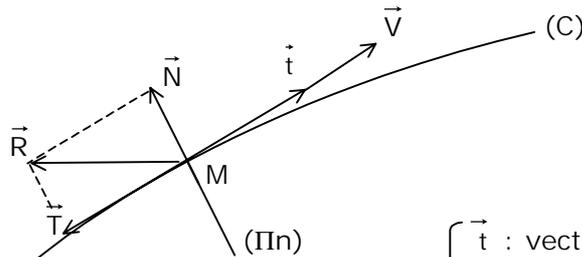
$f_s$  : coefficient de frottement (solide) statique.

- Si  $\vec{V} \neq \vec{O}$  (Glissement de M sur (S)) :

$$\begin{cases} \vec{T} = -\lambda \vec{V} & , \quad \lambda > 0 \\ \|\vec{T}\| = f_d N \end{cases}$$

$f_d$  coefficient de frottement dynamique.

2<sup>e</sup> cas : Point lié à une courbe (C)



$$\vec{V} = v \vec{t}$$

Cette fois :  $\vec{R} = T \vec{t} + \vec{N}$

$\vec{t}$  : vecteur tangent unitaire à (C) en M  
 (Pi<sub>n</sub>) : plan normal à (C) en M

Avec :

$$\begin{cases} T < f_s N & \text{si } \vec{V} = \vec{O} \\ \begin{cases} T \cdot v < 0 \\ \|\vec{T}\| = f_d N \end{cases} & \text{si } \vec{V} \neq \vec{O} \end{cases}$$

En général, on confond  $f_d$  avec  $f_s$  :  $f_d \approx f_s = f$

Pour une liaison sans frottement (parfaite) :

$$\begin{cases} f = 0 \\ \vec{R} = \vec{N} \end{cases}$$

### III. Relation fondamentale de la dynamique (RFD) en référentiel galiléen.

Soit  $\Sigma \vec{F}$  la somme de toutes les forces exercées sur un point matériel M dans un référentiel galiléen (R).

Le principe fondamental de la dynamique (PFD) postule que  $\Sigma \vec{F}$  est liée à l'accélération du point M par la relation (RFD) :

$$\Sigma \vec{F} = m \vec{a}(M/R) = m \frac{d\vec{V}(M/R)}{dt}$$

Dans cette expression, m est la « masse d'inertie » du point matériel M.

(En mécanique classique et relativiste, cette masse est confondue avec la masse de gravitation M, qui intervient dans la loi de Newton).