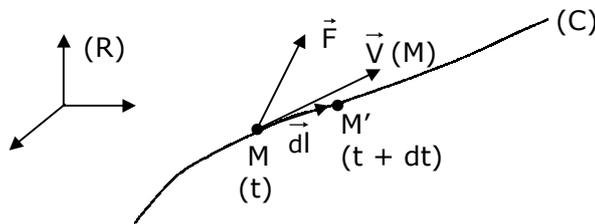


ASPECT ENERGETIQUE

Plan (Cliquez sur le titre pour accéder au paragraphe)

| | | |
|------|---|---|
| I. | Travail et puissance d'une force. | 1 |
| II. | Cas d'une force dérivant d'une énergie potentielle. | 2 |
| III. | Théorème de l'énergie cinétique (TEC) en référentiel galiléen. | 3 |
| IV. | Théorème de l'énergie mécanique (TEM) en référentiel galiléen..... | 4 |
| V. | Equilibre et stabilité par une méthode énergétique. | 5 |
| VI. | Exemples d'utilisation. | 7 |

I. Travail et puissance d'une force.



Si M est soumis à la force \vec{F} et se déplace dans (R), cette force travaille.

I.1 - Le travail élémentaire de \vec{F} de M à M' (pendant dt) est :

$$\delta W = \vec{F} \cdot d\vec{l} = \vec{F} \cdot \vec{V} dt$$

I.2 - Le travail de la force \vec{F} de M₁ à M₂ est alors :

$$W_1^2 = \int_{M_1}^{M_2} \vec{F} \cdot d\vec{l} \quad (W \text{ en Joules})$$

Rem. :

- ☞ En général, le travail d'une force dépend du « chemin suivi » pour aller de M₁ à M₂. Pour une force de frottement, il paraît évident que |W| augmentera avec la longueur du trajet.
- ☞ W dépend bien sûr du référentiel d'étude. On omettra de préciser ce référentiel, s'il n'y a pas d'ambiguïté.

I.3 - La puissance P de la force \vec{F} (dans (R)) est :

$$P = \frac{\delta W}{dt} = \vec{F} \cdot \vec{V} \quad (P \text{ en watts})$$

Pour un système de force \vec{F}_i s'appliquant en des points M_i de vitesses \vec{V}_i , on aura évidemment :

$$P = \sum_i \vec{F}_i \cdot \vec{V}_i$$

II. Cas d'une force dérivant d'une énergie potentielle.

Par définition :

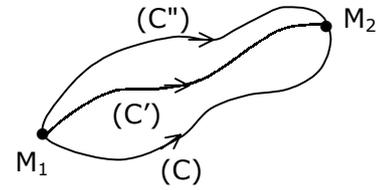
$$\vec{F} = - \overrightarrow{\text{grad}} E_p$$

Donc :

$$\delta W = - dE_p$$

$$W_1^2 = E_p(M_1) - E_p(M_2)$$

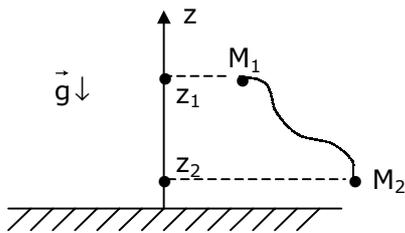
, $\forall (C)$



Dans ce cas, W_1^2 ne dépend donc pas du chemin suivi, mais que du « point de départ M_1 » et du « point d'arrivée » M_2 .

Exemples

- Poids d'un corps : si $\vec{g} = - g \vec{z}$, $g = \text{cste}$



$$m\vec{g} = - \overrightarrow{\text{grad}} (mgz + \text{cste})$$

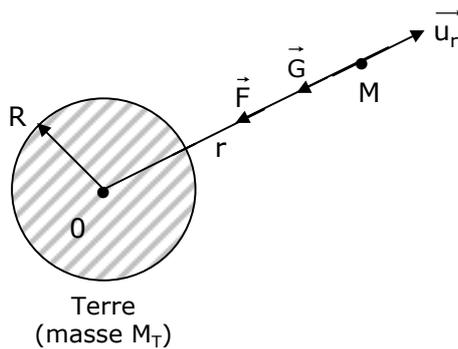
Donc : $E_p = mgz + \text{cste}$

Et :

$$W_1^2 = E_{p1} - E_{p2} = mg (z_1 - z_2)$$

(Travail moteur si $z_1 > z_2$, résistant si $z_1 < z_2$)

- Force gravitationnelle (terrestre)



Pour $r \geq R$:

$$\vec{G} = - g \frac{M_T}{r^2} \vec{u}_r$$

$$= - \overrightarrow{\text{grad}} \left(- \frac{gM_T}{r} \right)$$

Donc

$$V = - \frac{gM_T}{r} + \text{cste}$$

(Potentiel de gravitation)

Et

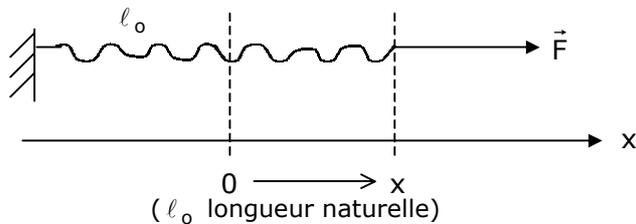
$$\vec{F} = m\vec{G} = - g \frac{mM_T}{r^2} \vec{u}_r$$

$$= - \overrightarrow{\text{grad}} \left(- \frac{gmM_T}{r} \right)$$

Donc

$$E_p = mV = - \frac{gmM_T}{r} + \text{cste}$$

- Tension d'un ressort



$$\vec{F} = - kx\vec{x} \quad (\text{k cste de raideur})$$

$$= - \overrightarrow{\text{grad}} \left(\frac{1}{2} kx^2 \right)$$

Donc

$$E_p = \frac{1}{2} kx^2 + \text{cste} \quad (\text{énergie potentielle élastique})$$

III. Théorème de l'énergie cinétique (TEC) en référentiel galiléen.

En partant de la RFD appliquée à M dans (R) galiléen

$$\Sigma \vec{F} = m\vec{a} \quad , \quad \text{on tire :}$$

$$(\Sigma \vec{F}) \cdot \vec{v} = m \left(\frac{d\vec{v}}{dt} \cdot \vec{v} \right)$$

On pose

$$E_c = \frac{1}{2} mv^2 = \frac{1}{2} \vec{p} \cdot \vec{v} = \frac{\vec{p}^2}{2m} \quad , \quad \text{énergie cinétique du point M.}$$

Alors :

$$\frac{dE_c}{dt} = m \vec{v} \cdot \frac{d\vec{v}}{dt}$$

Ainsi :

$$\frac{dE_c}{dt} = P(\Sigma \vec{F}) \quad (\text{Théorème de la puissance cinétique : TPC})$$

Ou encore :

$$dE_c = (\Sigma \vec{F}) \cdot \vec{v} dt$$

Soit :

$$\begin{aligned} dE_c &= \delta W(\Sigma \vec{F}) \\ \Delta E_c &= W_1^2(\Sigma \vec{F}) \end{aligned} \quad \begin{aligned} &(\text{TEC sous forme différentielle}) \\ &\text{et sous forme intégrale}) \end{aligned}$$