

- CCP DEUG 2003 : Physique 2 -

- **ENONCE :** « Electrocinétique - Electromagnétisme »

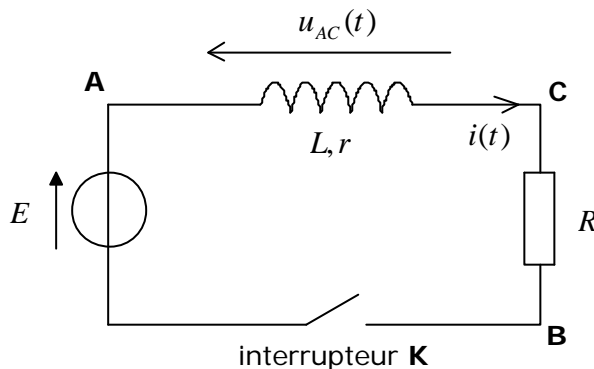
Ce problème, composé de deux parties, permet d'envisager différents aspects de l'induction électromagnétique.

- **Partie A : électrocinétique** -

Les paragraphes I et II exploitent la présence d'une bobine d'induction dans un circuit électrique simple.

I. Régime transitoire dans une bobine

Une source idéale de tension, de f.é.m. E , peut alimenter un dipôle électrocinétique **AB** constitué, en série, d'une bobine d'induction **AC** (inductance L et résistance constante r) et d'un résistor **CB** de résistance constante R (figure 1).



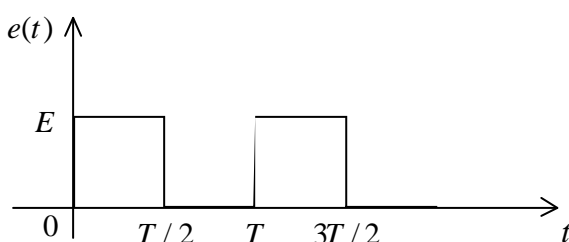
- figure 1 -

Au temps $t = 0$, pris comme instant initial, l'interrupteur **K** est abaissé et le circuit est fermé.

Soit $u_{AC}(t)$, la tension aux bornes de la bobine et $i(t)$, l'intensité dans le circuit.

On pose $\tau = L/(R+r)$.

- 1.1) Rappeler la relation entre la tension $u_{AC}(t)$ et l'intensité $i(t)$.
- 1.2) Ecrire, pour $t \geq 0$, l'équation différentielle linéaire du 1er ordre dont $i(t)$ est solution (équation de maille).
- 1.3) Déterminer, par intégration de l'équation précédente, l'expression de $i(t)$.
- 1.4) En déduire l'expression de la tension $u_{AC}(t)$.
- 1.5) Tracer l'allure des courbes représentatives des fonctions $i(t)$ et $u_{AC}(t)$.
- 1.6) Que deviennent ces deux courbes, si le générateur délivre une tension « créneau » $e(t)$ de période T (avec $\tau \ll T/2$) ? La tension est définie de la façon suivante (figure 2) :



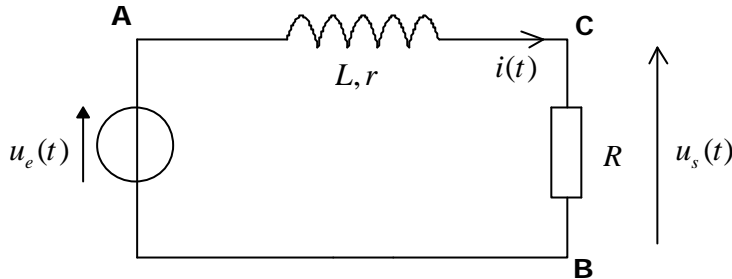
$$0 \leq t \leq T/2: \quad e(t) = E$$

$$T/2 \leq t \leq T: \quad e(t) = 0$$

- figure 2 -

II. Circuit linéaire en régime sinusoïdal

La source idéale de tension précédente, de f.e.m E , est remplacée par un générateur de tension alternative sinusoïdale $u_e(t) = U_m \cos(\omega t)$ (figure 3) :



- figure 3 -

Soit $u_s(t)$ la tension de sortie aux bornes du résistor.

On pose $\omega_0 = (R+r)/L$ et $K = R/(R+r)$.

2.1) Soient \underline{u}_s et \underline{u}_e les amplitudes complexes respectives des tensions de sortie et d'entrée.

2.1.1. Écrire l'impédance complexe $\underline{Z}_{AB}(j\omega)$ du dipôle **AB**. On rappelle l'égalité $j^2 = -1$.

2.1.2. Exprimer, en fonction de K, ω et ω_0 , la fonction de transfert (ou transmittance) définie par le rapport complexe $\underline{H}(j\omega) = \underline{u}_s / \underline{u}_e$.

2.2) La fonction de transfert est caractérisée par son gain (ou module) $G(\omega)$ et par son argument $\mathbf{j}(\omega)$ (ou déphasage entre les tensions \underline{u}_s et \underline{u}_e).

2.2.1. Déterminer, en fonction de K, ω et ω_0 , les fonctions $G(\omega)$ et $\mathbf{j}(\omega)$.

2.2.2. Représenter, en fonction de $\log \omega$, l'allure de la courbe de gain $G_{dB} = 20 \log G(\omega)$.

2.2.3. Même question pour la courbe de phase $\mathbf{j}(\omega)$.

2.3) Quelle est la caractéristique principale de ce montage ?

- Partie B :Électromagnétisme -

Les paragraphes **I** et **II** proposent l'étude de quelques phénomènes dissipatifs liés à l'induction.

Dans un référentiel \mathbf{R} , en un point M d'un circuit conducteur se déplaçant à la vitesse $\vec{v}_e(M)_{/R}$ dans un champ magnétique $\vec{B}(M)$, il apparaît le champ électromoteur induit :

$$\vec{E}_m(M)_{/R} = -\frac{\partial \vec{A}(M, t)}{\partial t} + \vec{v}_e(M)_{/R} \wedge \vec{B}(M) \quad (1)$$

$\vec{A}(M, t)$ est le potentiel vecteur lié au champ $\vec{B}(M)$ par les relations $\vec{B}(M) = \text{rot} \vec{A}(M, t)$ et $\text{div} \vec{A} = 0$. Ces deux relations locales permettent l'établissement de la relation intégrale, valable pour toute surface \mathbf{S} , non fermée, s'appuyant sur le contour \mathbf{C} :

$$\oint_{\mathbf{C}} \vec{A} \cdot d\vec{l} = \iint_{\mathbf{S}} \vec{B} \cdot d\vec{S}$$

L'espace est rapporté, en coordonnées cartésiennes, à un repère orthonormé direct (Ox, Oy, Oz) de base $(\vec{e}_x, \vec{e}_y, \vec{e}_z)$. On pourra utiliser, le cas échéant, le système de coordonnées cylindriques, constitué du triplet $(\vec{e}_r, \vec{e}_\theta, \vec{e}_z)$.

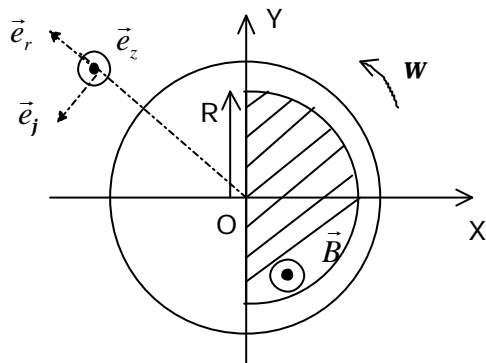
PROBLEME

I. Disque métallique en rotation dans un champ magnétique

Un disque métallique parfaitement conducteur (cuivre), de centre O, d'épaisseur h et de conductivité g , est situé dans le plan xOy .

Ce disque est entraîné, autour de son axe Oz , par un moteur, dans un mouvement de rotation de vitesse angulaire ω .

Un dispositif, non précisé ici, engendre un champ magnétique $\vec{B} = B_0 \vec{e}_z$, uniforme dans toute l'épaisseur du disque, à l'intérieur d'un volume demi-cylindrique de rayon R, contenant tous les points $M(x,y,z)$ du disque tels que $0 \leq r \leq R$ et $x \geq 0$, avec r distance du point M à l'axe Oz (figure 4).



Remarque : la zone hachurée correspond à la région de champ \vec{B}

- figure 4 -

1.1) \vec{B} est un vecteur uniforme et constant. Montrer que l'expression vectorielle **(1)** définissant le champ électromoteur induit $\vec{E}_m(M)_{/R}$ se simplifie.

1.2) Soit un point M du disque, situé à la distance r de l'axe Oz .

1.2.1. Écrire, en fonction de r, ω et \vec{e}_j , l'expression vectorielle de la vitesse $\vec{v}_e(M)$ du point M .

1.2.2. En déduire l'expression vectorielle du champ électromoteur induit $\vec{E}_m(M)_{/R}$ lorsque le point M se trouve dans le champ magnétique.

1.2.3. Recopier, approximativement, la figure 4 et représenter le vecteur $\vec{E}_m(M)_{/R}$ en un point choisi dans la région où règne le champ magnétique.

1.2.4. Le conducteur obéit à la loi d'Ohm locale. En déduire l'expression vectorielle du vecteur densité de courant induit $\vec{j}_i(M)$.

1.2.5. Le champ électromoteur $\vec{E}_m(M)_{/R}$ agit-il dans un circuit ouvert ou dans un circuit fermé ?

1.2.6. Compléter, en fonction de la réponse donnée à la question précédente, le dessin du paragraphe 1.2.3. :

- dans l'hypothèse d'un circuit ouvert, indiquer les zones d'accumulation et de défaut d'électrons
- dans l'hypothèse d'un circuit fermé, proposer le tracé d'un circuit que peuvent emprunter les charges mises en mouvement.

1.3) Dans la partie du disque soumise au champ \vec{B} , le courant induit dissipe une puissance volumique donnée par l'expression :

$$\frac{dP}{dt} = g(E_m)^2 \quad \text{avec } dt = \text{volume élémentaire de conducteur}$$

1.3.1. Sous quelle forme cette puissance électrique est-elle dissipée (ou dégradée) ?