PHYSIQUE I

Dans ce problème, on s'intéresse à divers aspects de la propagation et de la polarisation d'ondes électromagnétiques dans les milieux diélectriques. Dans l'ensemble de l'énoncé les vecteurs sont notés en caractère gras.

- La partie I - rappelle quelques généralités sur la propagation d'ondes électromagnétiques dans un milieu diélectrique ;
- la partie II - rend compte de l'effet Faraday dans un milieu diélectrique, dans le cadre du modèle de l'électron élastiquement lié.

0.0.1) Remarque : le même effet pourrait être envisagé dans un milieu magnétique (exemple : ferrite).

Dans tout le problème, $\rho(M,t)$ et $\boldsymbol{j}(M,t)$ désignent respectivement la densité volumique de charge dite « libre » et le vecteur densité de courant dit « libre ». Ces deux grandeurs ne doivent pas être confondues avec les charges de polarisation et les courants de polarisation et d'aimantation.

Par ailleurs, c désigne la célérité de la lumière dans le vide. À toute grandeur réelle du type $f(M,t) = A(M)\cos(B(M)-\omega t)$, on pourra associer la grandeur complexe $\underline{f}(M,t) = A(M)\exp\{j(B(M)-\omega t)\}$. $Re(\underline{f})$ et $Im(\underline{f})$ désignent respectivement les parties réelles et imaginaires de $\underline{f}$. Dans tout le problème, l'espace est muni d'un trièdre orthonormé direct $(\boldsymbol{u_x}, \boldsymbol{u_y}, \boldsymbol{u_z})$. Par ailleurs, les notations E_0, $\underline{\boldsymbol{E}}_0$, B_0 et $\underline{\boldsymbol{B}}_0$ désignent des grandeurs indépendantes des coordonnées spatiales.
Toutes les données utiles, ainsi qu'un formulaire, sont fournis en fin de problème.

Partie I - Ondes électromagnétiques dans un milieu diélectrique

I.A - Propagation dans un milieu diélectrique.

I.A.1) Rappeler les équations de Maxwell dans le vide en présence de charges et de courants.

I.A.2) Dans cette question, on prend en compte les propriétés électriques et magnétiques du milieu considéré.

Extrait gratuit de document, le document original comporte 27 pag

Filière PC

a) Que représentent concrètement les vecteurs polarisation $\mathcal{P}(M,t)$ et aimantation $\mathcal{M}(M,t)$. Donner l'unité de ces deux grandeurs.

b) Rappeler les expressions mathématiques des grandeurs suivantes en fonction de $\mathcal{P}(M,t)$ et $\mathcal{M}(M,t)$:

- densité volumique de charges de polarisation, notée $\rho_p(M,t)$;
- vecteur densité de courant de polarisation, noté $\boldsymbol{j}_p(M,t)$;
- vecteur densité de courant d'aimantation, noté $\boldsymbol{j}_a(M,t)$.

c) Expliquer alors, en quelques mots, comment sont modifiées les équations de Maxwell du I.A.1 pour un milieu ayant des propriétés électriques et magnétiques.

d) Rappeler l'expression des vecteurs déplacement électrique $\boldsymbol{D}(M,t)$ et excitation magnétique $\boldsymbol{H}(M,t)$ en fonction de $\boldsymbol{E}(M,t)$, $\boldsymbol{B}(M,t)$, $\mathcal{P}(M,t)$ et $\mathcal{M}(M,t)$.

e) En déduire les équations de Maxwell vérifiées par $\boldsymbol{E}(M,t)$, $\boldsymbol{D}(M,t)$, $\boldsymbol{B}(M,t)$ et $\boldsymbol{H}(M,t)$ en présence de charges et de courants.

I.A.3) Dans cette question, et dans la suite de la partie I, le milieu diélectrique considéré est supposé isolant, non chargé et de propriétés magnétiques négligeables.

a) Expliciter ces trois hypothèses par rapport aux grandeurs $\boldsymbol{j}(M,t)$, $\rho(M,t)$ et $\mathcal{M}(M,t)$.

b) En déduire les équations de Maxwell vérifiées par $\boldsymbol{E}(M,t)$, $\boldsymbol{D}(M,t)$ et $\boldsymbol{B}(M,t)$.

I.A.4) On suppose dans la suite de la partie I que le milieu diélectrique considéré est également linéaire, homogène et isotrope. On se place de plus en régime sinusoïdal à la pulsation ω.

a) Expliciter très soigneusement la relation entre le vecteur déplacement électrique et le champ électrique.

b) On définit la susceptibilité diélectrique complexe $\underline{\chi}_e$ par la relation $\underline{\chi}_e = \underline{\varepsilon}_r - 1$, où $\underline{\varepsilon}_r$, appelée permittivité diélectrique relative complexe du milieu, désigne le quotient de la permittivité diélectrique complexe du milieu par celle du vide notée ε_0. Relier les vecteurs $\mathcal{P}(M,t)$ et $\boldsymbol{E}(M,t)$ à l'aide de $\underline{\chi}_e$. Quelle est l'unité de $\underline{\chi}_e$? Si on modifie ω, la valeur de $\underline{\chi}_e$ est-elle modifiée ? En s'inspirant de la relation entre $\underline{\mathcal{P}}(M,t)$ et $\underline{\boldsymbol{E}}(M,t)$, proposer une analyse qualitative du phénomène permettant d'expliquer le caractère complexe (et non réel) de $\underline{\chi}_e$.

Extrait gratuit de document, le document original comporte 27 pag

c) Ecrire les équations de Maxwell vérifiées par $\underline{\boldsymbol{E}}(M,t)$ et $\underline{\boldsymbol{B}}(M,t)$ dans le milieu (on utilisera la notation ε_r). En déduire les équations de propagation vérifiées par ces champs complexes. Ces équations de propagation sont-elles vérifiées par les champs $\boldsymbol{E}(M,t)$ et $\boldsymbol{B}(M,t)$ en notation réelle ?

d) On considère une onde du type $\underline{\boldsymbol{E}}(z,t) = E_0 \exp\{j(\underline{k}z - \omega t)\}\boldsymbol{u_y}$ où E_0 et ω sont des réels, et $\underline{k}$ complexe. Établir pour ce type d'onde la relation de dispersion liant $\underline{k}^2$ et ω^2. Définir l'indice complexe $\underline{n}$ du milieu. On pose $k_1 = Re(\underline{k})$, $k_2 = Im(\underline{k})$, $n_1 = Re(\underline{n})$ et $n_2 = Im(\underline{n})$. Exprimer k_1 et k_2 en fonction de n_1, n_2, c et ω. Donner l'expression du champ $\boldsymbol{E}(z,t)$ en notation réelle. En justifiant votre réponse, indiquer quel doit être le signe du produit $k_1 \cdot k_2$ dans un milieu usuel. Caractériser selon le signe de k_1 l'onde obtenue en justifiant chaque terme cité. Cette onde est-elle transverse ? (On justifiera la réponse). Caractériser sa polarisation. Exprimer le champ magnétique $\underline{\boldsymbol{B}}(z,t)$ en notation complexe. Pourquoi n_2 est-il appelé indice d'extinction ?

e) Calculer la moyenne temporelle de la puissance volumique dissipée par effet Joule dans le milieu. On l'exprimera en fonction de k_2 et χ_2, où $\chi_2 = Im(\underline{\chi}_e)$. En supposant $\chi_2(\omega)$ connue, expliquer, d'un point de vue qualificatif, comment le domaine de fréquences utilisées doit être choisi pour que le milieu considéré soit « vu » par les ondes électromagnétiques comme un milieu transparent. Donner un exemple possible de ce choix (matériau et domaine de fréquence).

I.B - Modélisation microscopique.

Dans cette partie, on souhaite donner une interprétation microscopique de certains résultats de la question I.A.4. Le milieu considéré est supposé contenir N électrons par unité de volume. Chaque électron a pour masse m_e et pour charge $-e$ $(e>0)$. Le milieu est toujours le siège d'une onde du type $\underline{\boldsymbol{E}}(z,t) = E_0 \exp\{j(\underline{k}z - \omega t)\}\boldsymbol{u_y}$. Le champ électrique créé par la distribution de dipôles associée à la polarisation $\underline{\boldsymbol{\mathcal{P}}}$ est supposé négligeable devant le champ électrique de l'onde en tout point du milieu. Le champ électrique total en un point s'identifie alors au champ électrique de l'onde.

I.B.1) On se propose d'appliquer à chaque électron le modèle de l'électron élastiquement lié.

a) Justifier en quelques mots l'utilisation d'un tel modèle pour le milieu considéré.

b) On note ω_0 la pulsation caractéristique associée à la constante de rappel, et τ la constante de temps associée à la force de frottement fluide. On désigne par $\boldsymbol{r}$ le déplacement de l'électron par rapport à sa position d'équilibre. Faire un bilan de toutes les forces appliquées à un électron en les exprimant en fonction des données du problème. Préciser laquelle est (ou lesquelles sont) négligeable(s), dans l'hypothèse où les électrons sont non relativistes.

Extrait gratuit de document, le document original comporte 27 pag

c) On appelle d la dimension caractéristique des atomes constituant le milieu diélectrique. Quelle condition doit vérifier λ, longueur d'onde de l'onde électromagnétique se propageant dans le milieu, pour que $\boldsymbol{E}(z,t)$ puisse être supposé uniforme à l'échelle de l'atome ? On justifiera soigneusement la réponse en raisonnant sur un milieu transparent. Proposer un ordre de grandeur pour d. Les ondes lumineuses du domaine visible satisfont-elles la condition précédente ? (Justifier la réponse).

d) On suppose dans la suite la condition de la question I.B.1-c satisfaite et le champ électrique de l'onde électromagnétique sera simplement noté $\boldsymbol{E}$ (ou $\underline{\boldsymbol{E}}$ en notation complexe). Appliquer le principe fondamental de la dynamique à un électron. En déduire l'expression de $\underline{\boldsymbol{r}}$ en fonction de $\underline{\boldsymbol{E}}$ en régime établi. Donner enfin l'expression du moment dipolaire $\underline{\boldsymbol{p}}$ associé à chaque électron en fonction de $\underline{\boldsymbol{E}}$.

I.B.2) Déterminer l'expression du vecteur polarisation $\boldsymbol{\mathcal{P}}$ en fonction de $\underline{\boldsymbol{E}}$. En déduire l'expression de $\underline{\chi}_e$. On introduira la pulsation plasma

$$\omega_p = \{Ne^2/(m_e \cdot \varepsilon_0)\}^{1/2}.$$

I.B.3) Exprimer χ_2 ($\chi_2 = Im(\underline{\chi}_e)$) en fonction de ω_p, ω_0, ω et τ. Tracer $\chi_2(\omega)$ en faisant apparaître les valeurs particulières (on supposera $\omega_0 \cdot \tau >> 1$). En s'inspirant de la question I.A.4-e expliquer comment choisir ω pour que le milieu puisse être considéré comme transparent pour l'onde.

Partie II - Effet Faraday dans un diélectrique

En 1845, Michaël Faraday a découvert que lorsqu'une lumière polarisée passait à travers un verre au plomb, avec une direction de propagation parallèle à un champ magnétique statique imposé, le plan de polarisation tournait. Dans cette partie, on se propose d'étudier ce phénomène pour un milieu diélectrique transparent, linéaire, homogène et isotrope. Ce milieu contient N électrons par unité de volume, chaque électron ayant pour masse m_e et pour charge $-e$ $(e>0)$.

Il est le siège d'une onde de type $\underline{\boldsymbol{E}}(z,t) = \underline{\boldsymbol{E}}_{\boldsymbol{0}} \exp\{j(kz-\omega t)\}$ notée $\underline{\boldsymbol{E}}$ par la suite, et d'un champ magnétique statique appliqué $\boldsymbol{B_a}$ uniforme et dirigé selon $\boldsymbol{u_z}$. On notera $\boldsymbol{B}_a = B_a \boldsymbol{u_z}$ (avec $B_a > 0$). On rappelle que ω est réel et que les composantes de $\underline{\boldsymbol{E}}_{\boldsymbol{0}}$ sont a priori complexes.

II.A - Permittivité relative du milieu et relation de dispersion.

II.A.1) Position du problème

a) Faire un bilan de toutes les forces appliquées à un électron en conservant les notations de la question I.B.1-b (ω_0, τ et $\boldsymbol{r}$). Les électrons étant toujours supposés non relativistes, préciser quelle(s) force(s) est (sont) négligeable(s).

Extrait gratuit de document, le document original comporte 27 pag

b) On fait toujours l'hypothèse $\omega_0 \cdot \tau >> 1$ (cf. question I.B.3), ce qui invite à négliger une force dans le bilan précédent. Préciser cette force, en expliquant soigneusement la signification physique de l'hypothèse $\omega_0 \cdot \tau >> 1$.

c) En tenant compte des hypothèses précédentes, écrire le principe fondamental de la dynamique pour un électron. En déduire une relation vectorielle, en notation complexe, entre le vecteur de polarisation $\underline{\boldsymbol{\mathcal{P}}}$ et les vecteurs $\underline{\boldsymbol{E}}$ et $\boldsymbol{B_a}$.

II.A.2) Dans cette question, on suppose absent le champ statique $\boldsymbol{B_a}$. Déterminer la nouvelle susceptibilité diélectrique du milieu, notée χ_0 en fonction de ω_p, ω_0 et ω. En justifiant physiquement la démarche suivie, expliquer comment on peut retrouver χ_0 à partir de l'expression de $\underline{\chi}_e$ (cf. I.B.2).

II.A.3) Dans la suite du problème, le champ statique $\boldsymbol{B}_a$ est à nouveau appliqué. On désigne par $\omega_c = e \cdot B_a / m_e$ la pulsation cyclotron et par $\eta = \omega \cdot \omega_c / (\omega_0^2 - \omega^2)$ un coefficient sans dimension proportionnel à B_a.

a) On note $\underline{P}_x$, $\underline{P}_y$ et $\underline{P}_z$ les composantes de $\underline{\boldsymbol{\mathcal{P}}}$ dans la base $(\boldsymbol{u_x}, \boldsymbol{u_y}, \boldsymbol{u_z})$. De même $\underline{E}_x$, $\underline{E}_y$ et $\underline{E}_z$ désignent celles de $\underline{\boldsymbol{E}}$. Exprimer $\underline{P}_x$, $\underline{P}_y$ et $\underline{P}_z$ en fonction des composantes de $\underline{\boldsymbol{E}}$. En déduire une relation entre $\underline{\boldsymbol{\mathcal{P}}}$ et $\underline{\boldsymbol{E}}$ sous la forme $\underline{\boldsymbol{\mathcal{P}}} = \varepsilon_0 [\underline{\chi}] \underline{\boldsymbol{E}}$ où $[\underline{\chi}]$ désigne une matrice dont on exprimera les coefficients en fonction de χ_0 et η.

b) On pose $[\underline{\varepsilon}_r] = [\underline{\chi}] + [Id]$ où $[Id]$ désigne la matrice identité. Montrer que $[\underline{\varepsilon}_r]$ est de la forme :

$$[\underline{\varepsilon}_r] = \begin{bmatrix} 1+\chi & j \cdot g & 0 \\ -j \cdot g & 1+\chi & 0 \\ 0 & 0 & 1+\chi_0 \end{bmatrix} \text{ où } \chi = \frac{\chi_0}{1-\eta^2} \text{ et } g = \eta\chi .$$

Le milieu diélectrique est supposé isolant, non chargé, de propriétés magnétiques négligeables.

II.A.4)

a) Démontrer que la relation entre $\underline{\boldsymbol{D}}$ et $\underline{\boldsymbol{E}}$, explicitée à la question I.A.4-a reste valable en remplaçant $\underline{\varepsilon}_r$ par $[\underline{\varepsilon}_r]$.

b) Démontrer que le champ $\underline{\boldsymbol{E}}$ est transverse.

c) Démontrer soigneusement, en expliquant vos calculs, que l'équation de propagation vérifiée par $\underline{\boldsymbol{E}}$ s'écrit :

$$\Delta \underline{\boldsymbol{E}} - (1/c^2) \cdot [\underline{\varepsilon}_r] \partial^2 \underline{\boldsymbol{E}} / \partial t^2 = \boldsymbol{0}$$

d) Montrer que la relation de dispersion s'écrit, pour les ondes se propageant dans le milieu :

$$((kc/\omega)^2 - (1+\chi))^2 = g^2 .$$

Extrait gratuit de document, le document original comporte 27 pag

II.B - Polarisation et effet Faraday.

II.B.1) On définit l'indice du milieu, noté n, par la relation $k = n\omega/c$. On suppose en outre $g < 1 + \chi$. Exprimer n^2 en fonction de χ et g (on mettra en évidence deux solutions possibles pour n^2). Le milieu diélectrique est considéré comme transparent pour l'onde. En déduire deux solutions possibles pour n.

II.B.2) Montrer que, selon la solution retenue pour n, $\underline{E}_x = \pm j\underline{E}_y$. Établir avec précision l'état de polarisation du champ électrique $\underline{\boldsymbol{E}}$ correspondant à chacune des deux solutions précédentes.

II.B.3) Le diélectrique occupe l'espace compris entre les plans $z = 0$ et $z = L$. On considère une onde incidente polarisée rectilignement se propageant selon les z croissants à l'entrée $z = 0$ du milieu. Elle a en $z = 0$, dans le milieu, les composantes suivantes : $\underline{E}_x = E_0 \exp(-j\omega t)$ et $E_y = 0$, avec E_0 réel positif.

a) Calculer les composantes du champ électrique $\underline{\boldsymbol{E}}$ pour $0 < z < L$. Pour cela on décomposera l'onde polarisée rectilignement en une somme de deux ondes polarisées circulairement.

b) Montrer que l'onde reste polarisée rectilignement en tout point du diélectrique, mais que la direction de polarisation tourne progressivement au cours de la propagation.Exprimer l'angle de rotation de cette direction, noté θ, à la sortie du milieu en fonction de n_g et n_d ; n_g et n_d désignent respectivement les indices associés aux polarisations circulaires gauche et droite.

c) Les expressions précédentes se simplifient si on tient compte des ordres de grandeur des différentes grandeurs physiques mises en jeu.

Pour cela, calculer numériquement les pulsations suivantes :

- ω pour la radiation jaune du sodium ($\lambda = 589\ nm$) ;
- ω_0 sachant que le verre absorbe dans le proche ultra-violet, à une longueur d'onde dans le vide d'environ $0,18\ \mu m$ (on justifiera le calcul de ω_0) ;
- ω_c pour $B_a = 1T$ (d'un point de vue expérimental, cette valeur de B_a vous paraît-elle importante ou non ?) ;
- ω_p pour $N = 6 \cdot 10^{28} m^{-3}$.

En déduire une expression littérale approchée de $n_d - n_g$ en fonction de g et de l'indice moyen du verre, noté n_0.

d) Montrer que l'angle de rotation peut s'écrire $\theta = V \cdot L \cdot B_a$ où V est une constante caractéristique du milieu, appelée constante de Verdet, qu'on exprimera en fonction de e, ω_p, ω, m_e, ω_0 c et n_0. Calculer numériquement n_0 et V.

e) En pratique le champ magnétique $\boldsymbol{B}_a$ est créé par un solénoïde. On constate expérimentalement que le sens de rotation de la direction de polarisation est en général le sens du courant créant $\boldsymbol{B}_a$. Le modèle précédent rend-il compte de cette observation ? Justifier la réponse.

Extrait gratuit de document, le document original comporte 27 pag

On place à la sortie du milieu (de longueur L) un miroir plan, perpendiculaire à la direction de propagation (figure 1). Que devient l'angle de rotation de la direction de polarisation lorsque l'onde a effectué un aller-retour dans le milieu ?

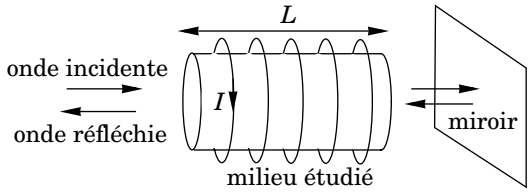


Figure 1 : montage d'étude de l'effet Faraday

II.C - Capteur optique d'intensité électrique.

Une application de l'effet Faraday est la mesure de fortes intensités. Un montage proposé est représenté en figure 2. La source est un laser émettant deux ondes notées (O_1) et (O_2), planes, progressives, monochromatiques de pulsations ω_1 et ω_2, $(\omega_1 > \omega_2)$, très proches, correspondant à une longueur d'onde moyenne dans le vide $\lambda_0 = 633\ nm$, polarisées rectilignement selon deux directions orthogonales. En dehors de la propagation dans la fibre optique (F_1F_2) et entre les analyseurs (A_r) et (A_m) et les photodiodes (P_r) et (P_m), on admet que (O_1) et (O_2) restent polarisées rectilignement selon deux directions orthogonales, et on note en un point M les champs électriques associés :

$$\underline{\boldsymbol{E}}_1(M,t) = \underline{\mathrm{E}}_1(M,t)\,\boldsymbol{u}_1(M)\ ;\ \underline{\boldsymbol{E}}_2(M,t) = \underline{\mathrm{E}}_2(M,t)\,\boldsymbol{u}_2(M)$$

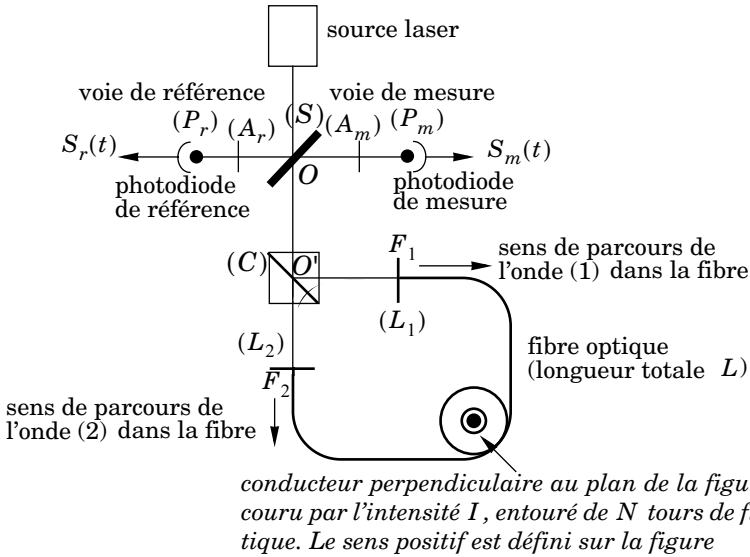


Figure 2 : schéma de principe d'un capteur optique de courant. Longueurs géométriques : $OP_r = OP_m = d$ *et* $OO'F_1 = OO'F_2 = a$

Extrait gratuit de document, le document original comporte 27 pag

avec $\boldsymbol{u_1}(M)$ et $\boldsymbol{u_2}(M)$ deux vecteurs unitaires orthogonaux que l'on ne cherche pas à exprimer. Les amplitudes complexes $\underline{\mathrm{E}}_1(M,t)$ et $\underline{\mathrm{E}}_2(M,t)$ peuvent être traitées dans le cadre de l'approximation scalaire des ondes lumineuses. La lame séparatrice (S) divise le faisceau incident en deux faisceaux se dirigeant l'un vers la voie de référence, l'autre vers la boucle de mesure. Les amplitudes complexes associées à (O_1) et (O_2) dans les deux faisceaux sont identiques, au point O. On pose : $\underline{\mathrm{E}}_1(O,t) = E_0\exp(-j\omega_1 t)$; $\underline{\mathrm{E}}_2(O,t) = E_0\exp(-j\omega_2 t)$.

Le cube séparateur (C) permet de séparer les deux ondes (O_1) et (O_2) qui parcourent alors la boucle de mesure en sens opposés avant de se recombiner lorsqu'elles retraversent (C). Les lames L_1 et L_2 permettent de convertir les ondes (O_1) et (O_2) en ondes polarisées circulairement à gauche sur le trajet qu'elles parcourent dans la fibre optique. Les chemins parcourus par (O_1) et (O_2) dans la boucle de mesure sont donc :

$$(O_1) : O \xrightarrow[\text{rectiligne}]{\text{polarisation}} O' \xrightarrow[\text{rectiligne}]{\text{polarisation}} F_1 \xrightarrow[\text{circulaire gauche}]{\text{polarisation}} F_2 \xrightarrow[\text{rectiligne}]{\text{polarisation}} O' \xrightarrow[\text{rectiligne}]{\text{polarisation}}$$

$$(O_1) : O \xrightarrow[\text{rectiligne}]{\text{polarisation}} O' \xrightarrow[\text{rectiligne}]{\text{polarisation}} F_2 \xrightarrow[\text{circulaire gauche}]{\text{polarisation}} F_1 \xrightarrow[\text{rectiligne}]{\text{polarisation}} O' \xrightarrow[\text{rectiligne}]{\text{polarisation}} O$$

Les retards de phase subis par (O_1) et (O_2) lors de leur propagation dans la boucle de mesure sont notés ϕ_1 et ϕ_2. Après avoir parcouru la boucle de mesure, le faisceau est séparé par (S) en deux faisceaux identiques, dont l'un se dirige vers la photodiode de mesure. Dans toute cette partie, on néglige les déphasages qui s'introduisent lors de la traversée des différents éléments optiques « minces » : (S), (C), (L_1), (L_2), (A_r) et (A_m). En dehors de la fibre optique d'indice moyen n_0, et de constante de Verdet V (supposés identiques pour les pulsations ω_1 et ω_2), les ondes se propagent dans l'air assimilé au vide. Chacune des photodiodes délivre un signal de sortie proportionnel à la valeur moyenne du carré du champ électrique incident total, la moyenne étant effectuée sur une durée τ telle que $|\omega_1 - \omega_2|\cdot\tau \ll 1$. Sur la durée τ, les composantes de pulsation $\omega_1 - \omega_2$ sont pratiquement constantes.

$$S_r(t) = \frac{K}{\tau}\int_t^{t+\tau} \boldsymbol{E}^2(P_r,t')\cdot dt' \quad ; \quad S_m(t) = \frac{K}{\tau}\int_t^{t+\tau} \boldsymbol{E}^2(P_m,t')\cdot dt'$$

II.C.1) **Voie de référence, obtention de battements.** Quel serait le signal délivré par la photodiode de référence en l'absence de l'analyseur (A_r) ?

Extrait gratuit de document, le document original comporte 27 pag

L'analyseur est un polariseur rectiligne, dont l'axe passant est dirigé selon le vecteur unitaire $\boldsymbol{u} = (\boldsymbol{u_1} + \boldsymbol{u_2})/\sqrt{2}$ (figure 3) .La composante colinéaire à $\boldsymbol{u}$ du champ électrique n'est pas affectée par la traversée de l'analyseur, tandis que la composante perpendiculaire est totalement bloquée. Déterminer le champ électrique de l'onde incidente sur la photodiode de référence, puis le signal $S_r(t)$ délivré par celle-ci en fonction de K, E_0, ω_1, ω_2, d et t. Représenter graphiquement l'allure de $S_r(t)$

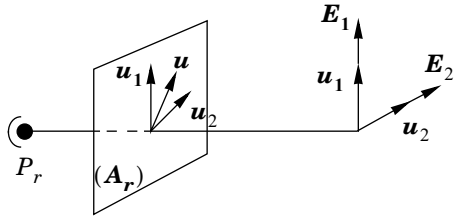


Figure 3 : orientation de l'analyseur par rapport aux polarisations des ondes (O_1) et (O_2) dans la voie de référence

II.C.2) **Voie de mesure.** Exprimer les amplitudes complexes des ondes (O_1) et (O_2) à l'entrée de la voie de mesure, en fonction de E_0, ω_1, ω_2, t, ϕ_1 et ϕ_2. L'analyseur (A_m) a un rôle analogue à l'analyseur (A_r). Déterminer alors le signal $S_m(t)$ délivré par la photodiode de mesure. Comparer ce signal au signal $S_r(t)$, et en déduire qu'il est possible d'accéder expérimentalement à la différence de phase $\Delta\phi = \phi_1 - \phi_2$. Pourquoi utiliser deux ondes cohérentes de fréquences voisines ?

II.C.3) **Déphasage en l'absence de champ magnétique.** La fibre n'est soumise à aucun champ magnétique appliqué ($I = 0$, $\boldsymbol{B}_a = 0$). Calculer en fonction des longueurs a et L, de l'indice n_0 de la fibre, des pulsations ω_1 et ω_2 (ou des fréquences correspondantes ν_1 et ν_2) et de la vitesse de la lumière dans le vide c, les retards de phase ϕ_1 et ϕ_2 dus à la propagation des ondes (O_1) et (O_2) sur la totalité de la boucle de mesure, puis le déphasage $\Delta\phi_0 = \phi_1 - \phi_2$ en l'absence de champ magnétique

A.N. : $n_0 = 1,5$; $a = 10\ cm$; $L = 1\ m$; $\nu_1 - \nu_2 = 200\ kHz$, $\lambda_0 = 633\ nm$.

Calculer numériquement $\Delta\phi_0$. La détection du déphasage entre les signaux $S_r(t)$ et $S_m(t)$ se fait avec une sensibilité de $0,1°$. Peut-on mesurer $\Delta\phi_0$?

II.C.4) **Mesure d'une intensité.** La fibre optique est enroulée en N spires circulaires de rayon R autour d'un conducteur rectiligne parcouru par une intensité permanente I (figure 2 ; on suppose que les spires admettent toutes pour axe le conducteur).

a) Calculer le champ magnétique en tout point des spires formées par la fibre optique. Comment ce champ est-il dirigé par rapport aux directions de propagation des ondes (O_1) et (O_2) dans la fibre optique ?

On suppose que les effets du champ magnétique créé par l'intensité I sont limités aux N spires de fibre optique.

Extrait gratuit de document, le document original comporte 27 pag

b) Comment sont modifiés les retards de phase ϕ_1 et ϕ_2 lorsque l'intensité I circule dans le conducteur ? En déduire la nouvelle valeur du déphasage $\Delta\phi$ en fonction de n_0, a, L, $\nu_1 - \nu_2$, μ_0, I, V et N. Montrer que la mesure du déphasage entre $S_r(t)$ et $S_m(t)$ permet la détermination de I. Comment s'affranchir du déphasage $\Delta\phi_0$?

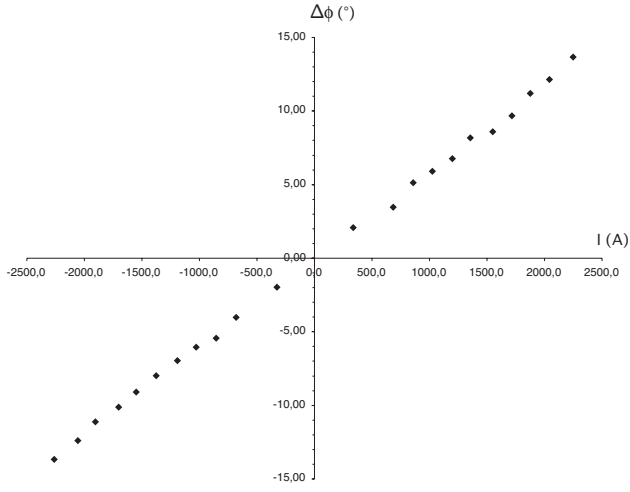


Figure 4 : courbe expérimentale $\Delta\phi = f(I)$ pour un capteur optique de courant.

c) Interpréter à partir des résultats précédents la courbe expérimentale de la figure 4, en donnant en particulier une valeur numérique du produit $N \cdot V$ caractéristique du montage utilisé. La mesure du déphasage étant effectué avec une précision de $0,1°$, quelle est la précision sur la mesure de I ? Calculer pour les valeurs numériques précédentes la valeur théorique maximale de I mesurable par cette méthode, le sens de I étant inconnu a priori.

Données :

célérité de la lumière dans le vide	$c = 3,0 \cdot 10^8 m \cdot s^{-1}$
masse de l'électron :	$m_e = 9,1 \cdot 10^{-31} kg$
charge élémentaire :	$e = 1,6 \cdot 10^{-19} C$
perméabilité magnétique du vide :	$\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} H \cdot m^{-1}$

Formulaire :

$$\boldsymbol{rot}(\boldsymbol{rot}\boldsymbol{A}) = \boldsymbol{grad}(div\boldsymbol{A}) - \boldsymbol{\Delta A}$$

$$div(a\boldsymbol{A}) = a\ div\ \boldsymbol{A} + (\boldsymbol{grad}\ a) \cdot \boldsymbol{A}$$

$$\boldsymbol{rot}(a\boldsymbol{A}) = a\ \boldsymbol{rotA} + (\boldsymbol{grad}\ a) \wedge \boldsymbol{A}\ .$$

••• FIN •••

Extrait gratuit de document, le document original comporte 27 pag