VARIABLES A DENSITE

ENONCE DE L'EXERCICE

ENONCE :

On considère une suite (X_n) de variables aléatoires, définies sur le même espace probabilisé, mutuellement indépendantes, de même loi définie, pour tout $i \in \mathbb{N}^*$, par :

$$X_i(\Omega) = \{n \in \mathbb{Z} \ / \ n \geq -1\} \quad \text{et } \forall k \geq -1, \ p(X_i = k) = \frac{1}{e(k+1)!}.$$

De plus, on pose $S_n = \sum_{i=1}^{n} X_i$.

1) Déterminer la loi de S_n.

2) Montrer que $\lim\limits_{n \to +\infty} p(S_n \leq 0) = \frac{1}{2}$.

3)a) En appliquant la formule de Taylor avec reste intégral à la fonction exponentielle entre 0 et n, montrer que :

$$\forall n \geq 1, \ \frac{1}{n!} \int_0^n t^n e^{-t} dt = 1 - p(S_n \leq 0).$$

b) En déduire un équivalent de $\displaystyle\int_0^n t^n e^{-t} dt$ quand $n \to +\infty$.

Jean MALLET et Michel MITERNIQUE
© EDUKLUB SA
Tous droits de l'auteur des oeuvres réservés. Sauf autorisation, la reproduction ainsi que toute utilisation des oeuvres autre que la consultation individuelle et privée sont interdites.

Extrait gratuit de document, le document original comporte 4 pages.