VARIABLES A DENSITE

ENONCE DE L'EXERCICE

ENONCE :

Soit F une fonction continue sur $\mathbb{R}$ et m un réel strictement positif. Pour tout réel x on pose $G(x) = \frac{1}{m}\int_x^{x+m} F(t)dt$.

1) Montrer que, si F est la fonction de répartition d'une variable à densité X, alors G est la fonction de répartition d'une variable à densité que l'on notera Y.

2) Dans cette question, on suppose que X suit la loi exponentielle sur $\mathbb{R}_+$ de paramStre λ et $m = 1$.

a) Déterminer la fonction de répartition G.

b) En déduire une densité g de Y.

Jean MALLET et Michel MITERNIQUE
© EDUKLUB SA
Tous droits de l'auteur des oeuvres réservés. Sauf autorisation, la reproduction ainsi que toute utilisation des oeuvres autre que la consultation individuelle et privée sont interdites.

Extrait gratuit de document, le document original comporte 5 pages.

INDICATIONS DE SOLUTION

1) Pour les limites en $\pm\infty$, penser à encadrer G en utilisant les variations de F.

2) a) envisager 3 cas : $[x, x+1] \subset \mathbb{R}^-$, $[x, x+1] \subset \mathbb{R}^+$ et $0 \in]x, x+1[$.

b) on trouvera $\begin{cases} g(x) = 0 \text{ si } x \leq -1 \\ g(x) = 1 - e^{-\lambda(x+1)} \text{ si } x \in [-1, 0] \\ g(x) = (1 - e^{-\lambda})e^{-\lambda x} \text{ si } x \geq 0 \end{cases}$

Tous droits de l'auteur des oeuvres réservés. Sauf autorisation, la reproduction ainsi que toute utilisation des oeuvres autre que la consultation individuelle et privée sont interdites.

Extrait gratuit de document, le document original comporte 5 pages.