FONCTIONS DE PLUSIEURS VARIABLES

ENONCE de l'EXERCICE

ENONCE :

On cherche les applications de classe C^2 de $\mathbb{R}^2$ dans lui même vérifiant :

$$\textbf{(1)} \qquad \forall (x,y) \in \mathbb{R}^2,\ \frac{\partial^2 f}{\partial x^2}(x,y) - \frac{\partial^2 f}{\partial y^2}(x,y) = 0$$

1) Montrer que $f\ :\ (x,y) \longmapsto e^{x+y} - 2(x+y) + (x-y)^2$ vérifie **(1)**. Trouver les extrema de f.

2) Cas général : soit f de classe C^2 sur $\mathbb{R}^2$, posons $g(u,v) = f(\frac{u+v}{2}, \frac{u-v}{2})$.

a) Si l'on note $x : (u,v) \longmapsto \frac{u+v}{2}$ et $y : (u,v) \longmapsto \frac{u-v}{2}$, on peut écrire $u = x+y$ et $v = x-y$, puis $f(x,y) = g(x+y, x-y)$. Calculer alors $\frac{\partial^2 f}{\partial x^2}(x,y)$ et $\frac{\partial^2 f}{\partial y^2}(x,y)$ en fonction des dérivées partielles de g.

c) Résoudre alors l'équation **(1)**.

Jean MALLET et Michel MITERNIQUE
© EDUKLUB SA
Tous droits de l'auteur des oeuvres réservés. Sauf autorisation, la reproduction ainsi que toute utilisation des oeuvres autre que la consultation individuelle et privée sont interdites.

Extrait gratuit de document, le document original comporte 4 pages.